

İZMİR FEN LİSESİ TÜMEVARIM-DİZİLER-SERİLER ÇALIŞMA SORULARI

TÜME VARIM:

1. Aşağıdaki ifadelerden genel bir kural çıkarabilir misiniz?

a) $p(n)=n^2+n+41$ polinomunda n değişkenine 0, 1, 2, 3,... değerleri verdiğimizde elde edilen sayıların asal sayı olup olmadıklarını araştırın. Buradan bir sonuca gidilebilir mi? Bir de $p(40)$ sayısına bakın bakalım o da asal mı?

b) $a=2^{2^n}+1$ sayısında n değişkenine 0, 1, 2, 3,...

değerleri verdiğimizde elde edilen sayıların asal sayı olup olmadıklarını araştırın. Buradan bir sonuca gidilebilir mi?

(Ünlü matematikçi Fermat (1601-1655) bu şekildeki sayıların asal olduğunu tahmin etmiş fakat yine ünlü matematikçilerden Euler (1707-1783), $n=5$ için

$$2^{2^5}+1=2^{32}+1=4294967297=641.6700417 \text{ olduğunu}$$

bularak, Fermat'ın tahmininin yanlış olduğunu göstermiştir)

c) " $p(n): 1+2+3+\dots+n = \frac{(2n+1)^2}{8}$ " önermesi veriliyor.

$p(n)$ önermesinin $p(n+1)$ önermesini gerektirdiğini gösteriniz. Buradan $p(n)$ önermesinin doğru olduğu anlamı çıkar mı?

$$d) \frac{1}{1.2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} = \frac{4}{5}$$

...

$$e) 1.1! = 1$$

$$1.1!+2.2! = 5$$

$$1.1!+2.2!+3.3! = 23$$

$$1.1!+2.2!+3.3!+4.4! = 119$$

$$1.1!+2.2!+3.3!+4.4!+5.5! = 719$$

...

$$f) 1.2.3.4=24=5^2-1$$

$$2.3.4.5 = 120=11^2-1$$

$$3.4.5.6 = 360=19^2-1$$

$$4.5.6.7 = 840=29^2-1$$

...

$$g) 1+4.1 \leq 1.5$$

$$1+4.2 \leq 2.5$$

$$1+4.3 \leq 3.5$$

...

$$h) 1^2 > \frac{1^3}{3}$$

$$1^2+2^2 > \frac{2^3}{3}$$

$$1^2+2^2+3^2 > \frac{3^3}{3}$$

...

2. Bir önceki sorunun d,e,f,g,h şıkları için genel kurallar bularak bunları tüme varım yöntemiyle ispatlayınız.

3. Aşağıdaki eşitlikleri tümevarım yöntemiyle ispatlayınız.

$$a) 1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$b) 1^2+2^2+3^2+\dots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$c) 1^3+2^3+3^3+\dots+n^3 = (1+2+3+\dots+n)^2 = \frac{n^2 \cdot (n+1)^2}{4}$$

$$d) 1^4+2^4+3^4+\dots+n^4 = \frac{n(n+1)(6n^3+9n^2+n-1)}{30}$$

$$e) 1+r+r^2+r^3+\dots+r^{n-1} = \frac{1-r^n}{1-r}$$

f) Modülü r , argümenti (açısı) θ olan kutupsal biçimde verilen $z=r(\cos \theta+i \sin \theta)$ karmaşık sayısının $n \in \mathbb{N}$ olmak üzere; $z^n = r^n (\cos n\theta+i \sin n\theta)$ dir. (De Moivre Formülü)

g)

$$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \dots + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + \binom{n}{n}b^n$$

(Binom formülü)

$$h) 1^2+3^2+5^2+\dots+(2n-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$$

$$i) 1.2+2.3+3.4+\dots+n.(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

$$j) 1.2.3+2.3.4+3.4.5+\dots+n.(n+1).(n+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$$

$$k) \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1).(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$$

$$l) \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \dots + \frac{n-1}{n!} = 1 - \frac{1}{n!}$$

$$m) \sin x + \sin 2x + \sin 3x + \dots + \sin nx = \frac{\cos \frac{x}{2} - \cos \frac{2n+1}{2}x}{2 \sin \frac{x}{2}}$$

$$n) \cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x \cdot \dots \cdot \cos 2^{n-1}x = \frac{\sin 2^{n+1}x}{2^{n+1} \sin x}$$

Not 1: Yukarıdaki eşitlikler ve benzerlerine ait formüllerin farklı çıkarılış yöntemleri vardır.

Örneğin; $T_r = 1^r + 2^r + 3^r + \dots + n^r$ biçimindeki toplamı bulmak için;

$(k+1)^{r+1} - k^{r+1}$ açılımına ait özdeşliği yazar,

$k=1, 2, 3, \dots, n$ değerleri verir alt alta topladığımızda istenen eşitliği buluruz.

Örneğin $T_2=1^2+2^2+3^2+\dots+n^2$ toplamını bulalım:

$$(k+1)^3 - k^3 = k^3 + 3k^2 + 3k + 1 - k^3 = 3k^2 + 3k + 1$$

$$k=1 \text{ için } 2^3 - 1^3 = 3 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 + 1$$

$$k=2 \text{ için } 3^3 - 2^3 = 3 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 + 1$$

$$k=3 \text{ için } 4^3 - 3^3 = 3 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3 + 1$$

...

$$k=n \text{ için } (n+1)^3 - n^3 = 3 \cdot n^2 + 3 \cdot n + 1$$

Taraf tarafa topladığımızda sol tarafta ardışık götürmeler olur, sağ tarafta ise $3T_2+3T_1+n$ bulunur.

$$(n+1)^3 - 1 = 3T_2 + 3T_1 + n$$

Burada $T_1 = \frac{n(n+1)}{2}$ yazılıp gerekli işlemler yapılırsa istenen formül elde edilir.

Örneğin;

$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n+1)}$ ve benzeri kesirli toplamları bulmak için;

$\frac{1}{(2k-1) \cdot (2k+1)}$ kesirini basit kesirlere ayırır, $k=1,2,3,\dots,n$ değerleri verir taraf tarafa toplarsak istenen toplam formülünü elde ederiz.

$$\text{Örneğin; } T = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1) \cdot (n+2)}$$

Toplamının formülünü bulalım.

$$\frac{1}{k \cdot (k+1) \cdot (k+2)} = \frac{A}{k} + \frac{B}{k+1} + \frac{C}{k+2} = \frac{A(k+1)(k+2) + Bk(k+2) + Ck(k+1)}{k(k+1)(k+2)}$$

$$k=0 \text{ için } A=1/2$$

$$k=-1 \text{ için } B=-1$$

$$k=-2 \text{ için } C=1/2 \text{ değerlerini yerine koyalım.}$$

$$\frac{1}{k \cdot (k+1) \cdot (k+2)} = \frac{1/2}{k} - \frac{1}{k+1} + \frac{1/2}{k+2}$$

$$k=1 \text{ için } \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{1/2}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1/2}{3}$$

$$k=2 \text{ için } \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{1/2}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1/2}{4}$$

$$k=3 \text{ için } \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{1/2}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1/2}{5}$$

...

$$k=n-1 \text{ için } \frac{1}{(n-1) \cdot n \cdot (n+1)} = \frac{1/2}{n-1} - \frac{1}{n} + \frac{1/2}{n+1}$$

$$k=n \text{ için } \frac{1}{n \cdot (n+1) \cdot (n+2)} = \frac{1/2}{n} - \frac{1}{n+1} + \frac{1/2}{n+2}$$

Taraf-tarafa toplarsak (çizgi üzerindeki üçer sayının birbiri götürdüğüne dikkat edin)

$$T = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1) \cdot (n+2)} = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$$

Not 2: Bu ve buna benzer formülleri bilgisayarda bazı özel programlar yardımıyla da bulabiliriz. Bu programlardan en kullanışlılarından birisi **Matlab**

dir. Örneğin son bulduğumuz formülü Matlab programını kullanarak bulalım, bakalım doğru hesaplayabilmiş miyiz. Bunun için Matlab'ın komut satırına aşağıdaki komutları yazdığımızda sonucun bizim hesapladığımız formülle aynı olduğunu görürüz.

```
Command Window
>> syms k n;
>> pretty(factor(symsum(1/(k*(k+1)*(k+2)),1,n)))

              n (n + 3)
            1/4 -----
              (n + 2) (n + 1)

>> |
```

Not 3: Matlab programının kullanımıyla ilgili bilgi edinmek için; İzmir Fen Lisesi web sayfasının; <http://www.ifl.k12.tr/projedosyalar/dosyalar.htm> adresindeki ilgili dosyaları indirebilirsiniz.

3. a bir doğal sayı olmak üzere, a ya eşit veya a dan büyük doğal sayılar kümesine N_a denir. Örneğin;

$$N_5 = \{5, 6, 7, \dots\}, N_1 = \{1, 2, 3, \dots\} = N^+$$

Buna göre, aşağıdaki önermelerin sağlandığı N_a kümelerini bulup, doğruluğunu ispat ediniz.

- a) $2^n < n!$ b) $11n+7 \leq 3^n$ c) $5^n > 10n \cdot 4^n$
d) $2^n (n!)^2 \leq (2n)!$ e) $((n+1)!)^n \leq 2! \cdot 4! \cdot 6! \dots (2n)!$
f) $n^3 < 2^n$ g) $n! < n^{n-3}$ h) $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{n^2} < 3 - \frac{1}{n}$

4. Aşağıdaki eşitsizlikleri tüme varım yöntemiyle ispat ediniz.

a) Her $a_i \geq 0$ reel sayısı için;

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_n^2 \leq (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n)^2 \text{ dir.}$$

c) $0 < a_i < 1$ reel sayıları için;

$$(1 - a_1)(1 - a_2)(1 - a_3) \dots (1 - a_n) < \frac{1}{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n} \text{ dir.}$$

b) Her $a_i > 0$ reel sayısı için;

$$1 + a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n \leq (1 + a_1)(1 + a_2)(1 + a_3) \dots (1 + a_n) \text{ dir.}$$

Not: $a_1 = a_2 = a_3 = \dots = a_n = a$ özel durumunda;

$$1 + n \cdot a \leq (1 + a)^n \text{ dir. (Bernouilli Eşitsizliği).}$$

c) $0 < a_i < 1$ reel sayıları için;

$$(1 - a_1)(1 - a_2)(1 - a_3) \dots (1 - a_n) < \frac{1}{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n} \text{ dir}$$

5) $n \in N$ olmak üzere, aşağıdaki önermeleri;

- i) Doğrudan ispat yöntemiyle
ii) Tüme varım yöntemiyle ispat ediniz.

a) $9^n - 7^n$ sayısı 7 ile bölünebilir.

b) $3^{6n} - 2^{6n}$ sayısı 35 ile bölünebilir.

c) $12^{2n} - 11^n$ sayısı 133 ile bölünebilir.

d) $2^{5n+1} + 5^{n+2}$ sayısı 27 ile bölünebilir.

6. "Çarpımları 1 olan n tane pozitif reel sayının toplamı n den büyük ya da n ye eşittir."

Yani, "her $a_i > 0$ reel sayısı için;

$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \dots a_n = 1$ ise $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n \geq n$ dir." teoremini tüme varım yöntemiyle ispat ediniz.

7. n tane pozitif reel sayının, toplamlarının n e bölümüne "**Aritmetik Orta**", çarpımlarının n. dereceden köküne "**Geometrik Orta**", n nin; sayıların çarpıma göre tersleri toplamına bölümüne de "**Harmonik Orta**" denir.

Yani;

$$AO = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$$

$$GO = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \dots a_n}$$

$$HO = \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_n}} \text{ dir.}$$

Buna göre; $HO \leq GO \leq AO$ olduğunu tüme varım yöntemiyle ispat ediniz.

Bu eşitsizlik sistemine "**Aritmetik- Geometrik- Harmonik Orta Eşitsizliği**" denir.

Not: Yukarıdaki teoremlerin ispatı ve uygulamaları için, İzmir Fen Lisesi web sayfasının;

<http://www.ifl.k12.tr/projedosyalar/dosyalar.htm>

adresindeki "**Tümevarım-Eşitsizlikler**" adlı sunu (powerpoint) dosyasını indirerek inceleyebilirsiniz.

8. Aşağıda istenenleri bulunuz.

a) Her $x > 0$ için $x + \frac{1}{x} \geq 2$ olduğunu ispatlayınız.

$$1 + x^4 + x^5$$

b) $x > 0$ için $\frac{1 + x^4 + x^5}{x^3}$ kesrinin minimum değeri kaçtır?

c) Pozitif a,b,c,d reel sayıları için;

$(a+b+c)(a+b+d)(a+c+d)(b+c+d) \geq 81abcd$ olduğunu ispatlayınız.

d) a,b pozitif reel sayıları için; $(a+2b)^3 \geq 27ab^2$

olduğunu ispatlayınız.

e) a,b,c pozitif reelsayıları için;

$a^3 + b^3 + c^3 \geq 3abc$ olduğunu ispatlayınız

f) a,b,c pozitif reelsayıları için;

$$a^3 + b^3 + c^3 + a^2 + b^2 + c^2 \geq a^2 + b^2 + c^2$$

g) $n \in \mathbb{N}$ için; $n \cdot 2^n \cdot (n!) \leq (n+1)^n$ olduğunu ispatlayınız

TOPLAM VE ÇARPIM SEMBOLLERİ:

01.
 $1+2+3+\dots+n=x$
 $6+7+8+\dots+n=y$
 $x+y=167$ olduğuna göre, x kaçtır?

02.
 $\frac{15+30+45+\dots+750}{9+18+27+\dots+450} = \frac{m}{n}$
 m ile n aralarında asal olduğuna göre, $m-n$ kaçtır?

03.
 $n > 5$ tir.
 $\sum_{k=1}^n k = a$ olduğuna göre,
 $k=1$
 $\sum_{k=1}^5 k + \sum_{k=5}^n k$ toplamının a cinsinden değeri hangisidir?

04.
 $k \in \mathbb{N}$ dir.
 40
 $\sum_{k=1} k! = x$ olduğuna göre x in birler basamağındaki
 $k=1$
rakam kaçtır?

05.
 10
 $\sum_{k=-9} k^3$ toplamı kaçtır?

06.
 10
 $\sum_{k=-10} k^2$ toplamı kaçtır?

07.
7 ile bölüldüğünde 3 kalanını veren iki basamaklı sayılar toplamı kaçtır?

08.
 20
 $\sum_{k=0} (2k+m) = 84$ olduğuna göre m kaçtır?

09.
 23
 $\sum_{k=3} \frac{1}{(k-2)(k-1)}$ toplamının değeri kaçtır?

10.
 60
 $\sum_{n=1} (\sqrt{2n+1} - \sqrt{2n-1})$ toplamının değeri kaçtır?

11.
 $1.3+2.4+3.5+\dots+24.26=?$

12.
 $1.1!+2.2!+3.3!+\dots+49.49!$ toplamını eşit olan doğal sayının sonunda kaç tane 9 rakamı vardır?

13.
İki basamaklı sayıların aritmetik ortalaması kaçtır?

14.
 $\sum_{k=-4}^1 (k+5)^3$ ifadesinin değeri kaçtır?

15.
 $\sum_{k=n}^{2n} (2k+3) = an^2 + bn + c$ olduğuna göre $a+b+c=?$

16.
 $\sum_{k=p}^{17} (2k-1) = 253$ olduğuna göre, $\sum_{k=1}^p k^2=?$

17.
 $\sum_{k=0}^n 2^k = 255$ olduğuna göre, n kaçtır?

18.
 $\sum_{k=1}^n f(k) = n!$ olduğuna göre, $f(5)=?$

19.
 $x^2-x+m=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olup $f(x+1)=2x-1$ dir.
 $\sum_{k=1}^2 x_k \cdot f(k) = 3$ olduğuna göre, m kaçtır?

20.
 $\sum_{k=2}^n \frac{1}{\log_k 2} = \log_2 (20!)$ eşitliğini gerçekleyen n sayısı kaçtır?

21.
 $\sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^2 (2i+3k)$ nın değeri kaçtır?

22.
 $x^2-4x-2=0$ denkleminin gerçek iki kökü

x_1 ve x_2 olduğuna göre,

$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{1}{x_i x_j}$ toplamının değeri kaçtır?

23.
 $\prod_{k=1}^n 2^{k/7} = 8$ eşitliğini sağlayan n doğal sayısı kaçtır?

24.
 $\sum_{n=1}^k 3^{-n} = \frac{1}{27}$ olduğuna göre, k=?

A) -3 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

25.
 $\sum_{x=1}^n f(x) = \prod_{y=1}^n y$ olduğuna göre, f(4)=?

26.
 Pozitif tamsayılar da
 $f(x) = \sum_{k=1}^x (k+2)$, $g(x) = \prod_{k=1}^{x-1} (k+2)$ fonksiyonları
 tanımlandığına göre;
 (fog)(3)=?

27.
 $\sum_{n=1}^2 \prod_{k=1}^n (k+2) = ?$

28.
 $\sum_{k=1}^n \prod_{k=1}^n (1 + \frac{1}{k+1}) = 40$ eşitliğini sağlayan n doğal sayısı kaçtır?

29.
 $\prod_{k=1}^3 \sum_{n=1}^5 (m+n-3)$ ifadesinin sonucu kaçtır?

30.
 $\prod_{k=1}^n (0,125)^k = 2^{-18}$ ise, $\sum_{k=1}^n n^3 = ?$

31.
 $a_n = \sum_{k=1}^n (k+1)!$ ise $\prod_{k=1}^3 a_k = ?$

32.
 $\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{15.17}$
 toplamının değeri kaçtır?

33.
 $A = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$
 $B = 1 + 2 + 3 + \dots + n$ toplamları veriliyor. $A = 17B$ olduğuna göre n=?

34.
 İki basamaklı doğal sayıların toplamı kaçtır?

35.
 $\sum_{k=x}^{x+4} (2k+4) = 60$ olduğuna göre x=?

36.
 $\sum_{m=3}^{17} [m(m-4)] = ?$

37.
 $\sum_{k=1}^n k(k-1) = \frac{n(an^2+bn+c)}{3}$ olduğuna göre, a+b+c=?

38.
 $\sum_{k=0}^{47} \ln(1 + \frac{2k+3}{(k+1)^2}) = ?$

39.
 Doğal sayılarda f ve g fonksiyonları
 $f: x \rightarrow \sum_{k=1}^x k!$, $g: x \rightarrow \sum_{k=1}^x (2k-3)$ biçiminde tanımlanıyor. Buna göre, (gof)(3)=?

40.
 $x^2 - (m+2)x + n - 1 = 0$ denkleminin kökleri

x_1, x_2 dir.

$\sum_{k=1}^2 x_k^2 = 5$ ve $\sum_{k=1}^2 \frac{1}{x_k} = \frac{3}{2}$ olduğuna göre, m+n nin değerlerinden biri kaçtır?

41.
 $f(x) = x+1$, $x_1 = 2$ ve $x_2 = 4$ için

$\sum_{k=1}^2 (x_k + 1) \cdot f(x_k) = ?$

42.
 $\sum_{k=1}^n (\ln 5^{2k} + \ln \frac{1}{5}) = 75 \cdot \ln 125$ eşitliğini gerçekleyen n doğal sayısı kaçtır?

43.
 Her x doğal sayısı için, $f(x-1) = x+2$ olduğuna göre;
 $\sum_{n=4}^{20} f(n) = ?$

44.
 α bir reel sayıdır.
 $P(x) = x^2 + x^3$ ve $Q(x) = x + x^4$ polinomları veriliyor.
 $\sum_{n=1}^4 \alpha x^n = 4(P(x) + Q(x))$ olduğuna göre, $\sum_{n=1}^6 \alpha \cdot n = ?$

45.

$$\prod_{k=1}^n 2^k = 64 \text{ olduğuna göre, } n=?$$

46.

$$A = \prod_{k=1}^5 \left(3 - \frac{1}{k+1} \right) \text{ ve}$$

$$B = \prod_{k=1}^5 \left(1 + \frac{1}{3k+2} \right) \text{ olduğuna göre,}$$

A.B=?

47.

$$\prod_{k=1}^n \frac{k^2+3k}{k^2+4k+3} \text{ ifadesinin eşiti nedir?}$$

48.

$$\prod_{k=1}^{10} k^{10} \text{ ifadesine eşit olan sayının sonunda kaç tane}$$

sıfır vardır?

49.

n pozitif bir doğal sayıdır.

$$\prod_{k=1}^n \sqrt{k} = 12\sqrt{5} \text{ olduğuna göre } n=?$$

50.

$$\prod_{n=1}^{50} (51n-n^2) \text{ işleminin sonucu nedir?}$$

51.

$$\sum_{k=1}^n x_k = n+1 \text{ olduğuna göre,}$$

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^5 (x_i + j) = ?$$

52.

$$\sum_{n=1}^4 \prod_{k=3}^6 2k \text{ sayısını asal çarpanlarına ayırdığımızda, 2}$$

nin kuvveti kaç olur?

53.

$$\sum_{n=1}^4 \prod_{k=1}^n 2k = ?$$

54.

1+4+9+16+...+729 toplamını toplam sembolü kullanarak ifade ediniz.

55.

$2 + \frac{5}{2} + \frac{10}{3} + \frac{17}{4} + \frac{26}{5} + \dots$ seri toplamını, toplam sembolü kullanarak ifade ediniz.

56.

$$\sum_{i=1}^{20} (a \cdot i - 2) = 590 \text{ ise } a=?$$

57.

$$\sum_{n=1}^{35} \log_a (n+1) - \sum_{n=1}^{35} \log_a n = 2 \text{ ise } a=?$$

58.

$$\prod_{i=2}^3 \sum_{j=0}^2 (i-j) = ?$$

59.

$$\sum_{i=0}^3 \sum_{j=1}^4 (e^i - e^j) = ?$$

60.

$$1.2+2.3+3.4+\dots+98.99=?$$

61.

$$\prod_{k=1}^n 3^{k/5} = 27 \text{ ise } n=?$$

62.

$$5^2 \cdot 5^4 \cdot 5^6 \dots 5^{2n} = 25^{28} \text{ ise } n=?$$

63.

$$\sum_{k=1}^n k + \sum_{k=1}^n (2k-1) = 200n \text{ ise } n=?$$

64.

$$\left(1 + \frac{3}{1}\right) + \left(1 + \frac{5}{4}\right) + \left(1 + \frac{7}{9}\right) + \dots + \left(1 + \frac{2n+1}{n^2}\right)$$

ifadesinin sonucunu bulunuz.

65.

$$\sum_{k=1}^5 (C(6,k) + C(6,k+1)) = ?$$

66.

$$\sum_{k=3}^n \left(1 - \frac{1}{k}\right) = 0,01 \text{ ise } n=?$$

67.

$$\sum_{k=0}^n a^k = (a+1)(a^2+1)(a^4+1)(a^8+1) \text{ ise } n=?$$

68.

$$\prod_{k=0}^n \frac{k^2+4k+3}{k^2+5k+6} = ?$$

69.

$$\prod_{n=1}^{20} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = ?$$

70.

$$\sum_{x=5}^{n+5} 4(x-3) = an^2+bn+c \text{ ise } a+b-c=?$$

71.

$$\sum_{k=1}^{20} \left[\frac{k+2}{k+1} \right]$$

işleminin sonucu kaçtır?

72.

a) $T=1+2x+3x^2+4x^3+5x^4+\dots+nx^{n-1}$ toplam formülünü bulunuz.

b) Bundan faydalanarak; $\sum_{n=1}^{2008} (n+1)2^n$ toplamını hesaplayınız.

c) $\sum_{n=1}^{2008} (2n+1).3^n$ toplamını hesaplayınız.

DİZİLER

1. $(a_n) = \left(\frac{12n+4}{3n-2}\right)$ dizisi veriliyor.

a) Dizinin kaç terimi 3 ten büyüktür?

b) Kaç terimi 2 ile 5 arasındadır?

c) Kaçınıcı terimleri tamsayıdır ve kaç tanedir?

d) EKÜS(a_n) kaçtır?

e) EBAS(a_n) kaçtır?

f) Kaç terimi 4 ün 1/100 komşuluğu dışındadır?

g) Kaç terimi 5 in 1/100 komşuluğundadır?

2. a) $(a_n) = \left(\frac{(-1)^n (n+1)}{n}\right)$ dizisi için

EBAS(a_n) + EKÜS(a_n) + $\lim (a_n) + \overline{\lim} (a_n)$ kaçtır?

b) $(a_n) = \left(\frac{1}{4.6} + \frac{1}{8.9} + \dots + \frac{1}{4n(3n+3)}\right)$ dizisi için

i) EBAS(a_n) ii) EKÜS(a_n) iii) $\lim (a_n)$ değerlerini bulunuz.

3. Aşağıdaki dizilerin monoton dizi olup olmadıklarını araştırınız.

a) $(a_n) = \left(\frac{2n-5}{n+2}\right)$ b) $(b_n) = \left(\frac{n+7}{n+1}\right)$ c) $(c_n) = (n^2 - 6n + 11)$

d) $(d_n) = \left(\frac{2^n}{n!}\right)$ e) $(e_n) = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ f) $(f_n) = \left(\frac{(n+1)!}{3^n}\right)$

g) $(g_n) = \left(\frac{2^n}{(n+1)!}\right)$ h) $(h_n) = \left(\frac{3^n}{n}\right)$ i) $(i_n) = \left(\frac{n!}{2^n}\right)$

j) $(j_n) = \left(\frac{3n+2}{4n}\right)$ k) $(k_n) = \left(\frac{n+1}{2n-5}\right)$

4) $(a_n) = \left(\frac{mn+4}{2n+3}\right)$ dizisinin monoton artan olmasını sağlayan en küçük tam sayıyı bulunuz.

5) $(a_{2n+1}) = \left(\frac{4n^2 - 1}{3n - 2}\right)$ ise (a_{2n-1}) dizisinin 5. Terimi kaçtır?

6) $(a_{n+2}) = (2n+4)$, $(b_n) = (n^2 + 3)$ olduğuna göre;

$(c_n) = (b_{a_n})$ biçiminde tanımlanan (c_n) için; ilk üç terimi toplamı kaçtır?

6.

i) Monoton artan ve üstten sınırlı bir dizinin limiti vardır (yakınsaktır) ve limiti dizinin EKÜS'üdür.

ii) Monoton azalan ve alttan sınırlı bir dizi yakınsaktır ve limiti dizinin EBAS'ıdır.

iii) Monoton ve sınırlı bir dizi yakınsaktır.

iv) Bir dizinin limiti varsa tektir.

Teorem ve özelliklerinden uygun olanlarını kullanarak aşağıdaki istenenleri bulunuz.

a) $a_1=1$, $(a_{n+1}) = \frac{4+4a_n}{4+a_n}$ olan dizinin monotonluğunu

sınırlılığını ve varsa limitini bulunuz.

b) $(a_1)=1$, $n \geq 2$ için, $a_n = \frac{n^2 - 1}{n^2} a_{n-1}$ dizinin

monotonluğunu, a_n genel teriminin n e bağlı ifadesini, sınırlılığını ve varsa limitini bulunuz.

c) Her $n \in \mathbb{N}$ için $a_n \neq 3/2$ olmak üzere (a_n) dizisinde;

$a_1=1/3$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{3 - 2a_n}$ bağıntısı vardır. Dizinin

monotonluğunu sınırlılığını ve varsa limitini bulunuz.

7. "Pozitif terimli bir (a_n) dizisi için;

i) $\lim \sqrt[n]{a_n} = \lim \frac{a_{n+1}}{a_n}$ dir.

ii) $\lim a_n = a$ ise; dizinin **aritmetik ortalamalar** dizisi ve **geometrik ortalamalar** dizisinin de limiti a dir.

Yani; $\lim a_n = a$ ise

$$\lim \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n} = \lim \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_n} = a \text{ dir.}''$$

Aşağıdaki limitleri bu özelliklerden uygun olanlarını kullanarak bulunuz.

a) $\lim \sqrt[n]{n}$ b) $\lim \sqrt[n]{\frac{2n+1}{n}}$ c) $\lim \sqrt[n]{n!}$

d) $\lim \left(\frac{1}{n!}\right)^{1/n}$ e) $\lim \frac{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}}{n}$

f) $\lim \frac{\sum_{k=1}^n \frac{2k-1}{k}}{n}$ g) $\lim \frac{1 + \sqrt{2} + \sqrt[3]{3} + \dots + \sqrt[n]{n}}{n}$

8. " $a_n \neq 0$ ve $\lim a_n = 0$ ise

$$\lim \frac{\sin a_n}{a_n} = \lim \frac{a_n}{\sin a_n} = \lim \frac{\tan a_n}{a_n} = \lim \frac{a_n}{\tan a_n} = 1 \text{ dir.}$$

Aşağıdaki limitleri bu özelliklerden uygun olanlarını kullanarak bulunuz.

a) $\lim n \cdot \sin \frac{1}{n}$ b) $\lim 2n^3 \cdot \tan \frac{3}{n}$

c) $\lim (n^2 + n + 1) \cdot \sin \frac{2n+1}{n^3 - 1}$

9. "lim $a_n=0$, lim $b_n=\infty$ ve lim $a_n \cdot b_n = k$ ise

lim $(1+a_n)^{b_n} = e^k$ dir".

Aşağıdaki limitleri bu özelliği kullanarak bulunuz.

a) lim $(1 + \frac{2}{n})^n$ b) lim $(1 + \frac{1}{2n})^n$ c) lim $(1 - \frac{1}{n})^n$

d) lim $(\frac{3n-1}{3n+5})^n$ e) lim $(\frac{4n-1}{4n+1})^{1-3n}$

f) lim $(\frac{n^4 - 2008n - 1}{n^4 + 1})^{(3n^2 + 2008n + 1983)}$

9. log $\sqrt[4]{x^3 - 2} = \frac{1}{2}$ ise

lim $(x^0 + x^{-1} + x^{-2} + \dots + x^{1-n})$ kaçtır?

10.a) Pozitif terimli yakınsak bir (a_n) dizisinde;

$\forall n \in \mathbb{R}^+$ için $2a_n \cdot a_{n+1} - 3 = -5a_{3n}$ olduğuna göre;

lim $(a_n^2 - 3a_n + 2)$ kaçtır?

b) $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{2+(-1)^k}{3}$ olmak üzere; lim $\frac{S_n}{n}$ kaçtır?

c) lim $\frac{2^2+4^2+6^2+\dots+4n^2}{8n^3 + 3} = ?$

d) lim $\sqrt{n^2 - 2n + 3} - \sqrt{n^2 + 5n} = ?$

11. $ax^2+bx+c=0$ denkleminde kökler toplamı -2 dir. a, b, c katsayıları bir aritmetik dizinin ardışık üç terimi olduğuna göre; kökler çarpımını bulunuz.

12. İlk n teriminin toplamı $2n^2+n$ olan bir aritmetik dizinin 3. terimi kaçtır?

13. Artan bir aritmetik dizinin; ilk 13 terim toplamı 143 dür. Uçtaki terimler farkı 30 ise dizinin ilk terimi kaçtır?

14. $(n-1)$. terimi 4 olan bir aritmetik dizinin ilk terimi n^2 ise ikinci terimi kaçtır?

15. a, 3-b, c, 5+b, d sayıları bir aritmetik dizinin ardışık terimleridir. $ac+cd$ toplamı kaçtır?

16. $\frac{2}{3}$ ile $\frac{68}{3}$ sayıları arasına 15 tane sayı yerleştirilerek bir aritmetik dizinin ardışık 17 terimi elde ediliyor. Bu dizinin 19. terimi kaçtır?

17. (a_n) bir aritmetik dizidir.

$a_3=x+y-1$, $a_{10}=8$ ve $a_{17}=x-y+3$ ise x kaçtır?

18. Bir aritmetik dizide ilk n terim toplamı S_n olmak üzere;

$S_4+S_6 = S_8$ ve ilk terimi 2 ise ortak farkı kaçtır?

19. Bir geometrik dizinin ilk terimi a-2, ortak çarpanı 2 ve n. terimi a+1 dir. Bu dizinin ilk n terim toplamının a cinsinden değeri nedir?

20. Sıfırdan farklı a, b, c sayıları bir aritmetik dizinin ardışık 3 terimidir. İlk terim 1 arttırıldığında veya üçüncü terim 2 arttırıldığında birer geometrik dizi oluşmaktadır. Buna göre b kaçtır?

21. $\log_9 25$, $x+1$, $\log_5 81$ bir geometrik dizinin ardışık

üç terimi olduğuna göre $x \in \mathbb{R}^+$ kaçtır?

22. Bir geometrik dizinin ilk terimi a, ortak çarpanı 2, n. terimi b dir. Bu dizinin ilk n terim toplamının a ve b cinsinden değeri nedir?

23. $a+d$, $2ad$, ad^2 terimleri hem bir aritmetik dizi hem de bir geometrik dizinin ardışık üç terimi ise a kaçtır?

24. Bir geometrik dizinin ardışık üç terimi $x-2$, $x+1$, $x+5$ olduğuna göre x kaçtır?

25. $(a_n)=(n^2+4n-5)$ dizisinin ilk 3 teriminin toplamını bulunuz.

26. $(a_n) = \begin{cases} n+3, & n \text{ asal ise} \\ n^2-3, & n \text{ asal değil ise} \end{cases}$

dizisinin ilk dört terimi toplamı kaçtır?

27. İlk terimi 3 olan bir (a_n) dizisinde, $a_{n+1}=2n+a_n$ bağıntısı vardır. Buna göre a_5 kaçtır?

28. Genel terimi a_n olan bir dizide, $a_1=1$ ve $n>1$ için, $a_n = a_{n-1}+2n-3$ olduğuna göre, bu dizinin genel terimi nedir?

29. Genel terimi a_n olan bir dizide, $a_1=1$ ve $n>1$ için

$a_n = (\frac{a_{n-1}}{n+1})$ bağıntıları varsa bu dizinin genel terimi nedir?

30. Genel terimi, $a_n=4+8+16+32+\dots+2^{n+2}$ olan dizinin 12. terimi kaçtır?

31. $(a_n) = \begin{cases} n+1, & n \equiv 0 \pmod{3} \text{ ise} \\ n-1, & n \equiv 1 \pmod{3} \text{ ise} \\ 2n, & n \equiv 2 \pmod{3} \text{ ise} \end{cases}$

dizisine göre, $a_5+a_9+a_{16}$ toplamı kaçtır?

32. $(a_n) = (\frac{5n-1}{n+1})$ dizisinin kaç tamsayı değeri vardır?

33. $(a_n) = (\frac{n^2+n-144}{n})$ dizisinin kaç tamsayı değeri vardır?

34. $(a_n) = ((2x-y)n^2+(3x+y-10)n-7)$ dizisi sabit dizi olduğuna göre $x+y+a_5$ kaçtır?

35. $(b_n) = (2n-5)/(3n+k)$ sabit dizisinin değeri kaçtır?

36. (a_{n+3}) dizisi $(a_n) = \frac{n+2}{2n+1}$ dizisinin alt dizisidir. Buna göre (a_{n+3}) dizisinin 5. terimi kaçtır?

37. (a_n) dizisinin alt dizileri $(a_{n+1}) = \frac{n-1}{n+2}$ ve (a_{3n}) dir. Buna göre (a_{3n}) dizisinin 2. terimi kaçtır?

38. $(a_n) = (3n-4)$ aritmetik dizi olduğunu gösteriniz.

39. İlk terimi 5 ve ortak farkı 3 olan aritmetik dizinin 20. terimi kaçtır?

40. Bir aritmetik dizinin terimleri arasında $a_9 + a_{10} = 57$ ve $a_6 + a_8 = 27$ bağıntıları olduğuna göre, ortak fark kaçtır?

41. Bir aritmetik dizide, $a_3 = 4$ ve $a_8 = 24$ olduğuna göre, a_{12} kaçtır?

42. $(a_n) = (-5, 7, 19, \dots)$ şeklinde verilen aritmetik dizinin 11. terimi kaçtır?

43. $(a_n) = (-1/5, 1/5, 3/5, \dots)$ aritmetik dizisinin genel terimi nedir?

44. (a_n) aritmetik dizisinde, $a_{20} = 18$ olduğuna göre, $a_8 + a_{12} + a_{28} + a_{32}$ toplamı kaçtır?

45. $x-2, 2x+3, 3x+a, \dots$ aritmetik dizisinde a kaçtır?

46. Bir aritmetik dizide $a_5 = 12$ ve $a_{15} - a_8 = 45$ olduğuna göre, a_{12} kaçtır?

47. 18 ile 24 sayıları arasına aritmetik dizi olmak şartıyla 7 terim yerleştirildiğinde bu dokuz terimli aritmetik dizinin 3. terimi kaçtır?

48. 12. terimi 64 ve ortak farkı 6 olan bir aritmetik dizinin ilk 12 terimi toplamı kaçtır?

49. $(a_n) = (-4, 4, 12, \dots)$ aritmetik dizisinin ilk 21 teriminin toplamı kaçtır?

50. 5. terimi 42 ve 17. terimi 6 olan azalan bir aritmetik dizide ilk 10 terimi toplamı kaçtır?

51. İlk 16 terimi toplamı 560 ve 3. terimi 10 olan aritmetik dizinin 1. terimi kaçtır?

52. Bir aritmetik dizinin, ilk 20 terimi toplamı 200 ve ilk 8 terimi toplamı 32 olduğuna göre genel terimi nedir?

53. İlk n terimi toplamı S_n olan bir aritmetik dizide $S_{12} - S_{11} = 18$ ve $S_{18} - S_{17} = 24$ olduğuna göre, a_1 kaçtır?

54. Bir aritmetik dizide, $S_n = 3n^2 - 2n$ olduğuna göre, bu dizinin genel terimi nedir?

55. $(a_n) = ((-1)^n)$ dizisinin geometrik dizi olduğunu gösteriniz.

56. 3-a, 1, 3+a sayıları bir geometrik dizinin ardışık üç terimi ise a kaç olabilir?

57. İlk terimi 4, ortak çarpanı 2 olan bir geometrik dizinin 10. terimi kaçtır?

58. Bir geometrik dizinin terimleri arasında $a_3 + a_7 = 48$ ve $a_5 + a_9 = 12$ bağıntıları olduğuna göre ortak çarpan kaçtır?

59. Bir geometrik dizinin 3. terimi ve ortak çarpanı $1/2$ olduğuna göre, 10. terimi kaçtır?

60. Bir geometrik dizinin 5. terimi 2 ve 12. terimi 256 olduğuna göre, 17. terimi kaçtır?

61. $(a_n) = (9/16, 27/64, 81/256, \dots)$ dizisinin genel terimini bulunuz.

62. $n-3, n+2, n+6$ sayıları geometrik bir dizinin ilk 3 terimi olduğuna göre $5^6 \cdot a_9$ kaçtır?

63. $x+y, 2x+y, 3x+4$ üç terimi hem aritmetik ve hem de geometrik dizinin ardışık üç terimi olduğuna göre $x^2 + y^2$ kaçtır?

64. $(a_n) = (3, a, b, c, 27)$ sonlu geometrik dizisine göre, $\log_b(a \cdot c)$ kaçtır?

65. 12 ile 48 terimleri arasına geometrik olacak şekilde üç terim yerleştirildiğinde bu dizinin üçüncü terimi kaçtır?

66. Üçüncü terimi $1/3$ ve ortak çarpanı 3 olan bir geometrik dizinin ilk 15 terimi toplamını bulunuz.

67. $(a_n) = (a_1, a_2, \dots, 1/8, 1/2, \dots, a_n)$ geometrik dizisinde $a_8 = 2$ olduğuna göre, ilk 10 terimi toplamı kaçtır?

68. Bir geometrik dizinin ilk sekiz terimi toplamının ilk 4 terimi toplamına oranı 17 olduğuna göre, bu dizinin ortak oranı kaçtır?

69. Bir geometrik dizinin ilk terimi x , n . terimi y , ortak oranı 2 dir. Bu dizinin ilk n terimi toplamının x ve y cinsinden ifadesi nedir?

70. Bir geometrik dizide, $a_1 = 2$ ve $a_{20} = 10$ olduğuna göre, bu dizinin ilk 20 terimi çarpımı kaç basamaklıdır?

71. $a = 4$ sayısının $\epsilon = 1$ komşuluğu nedir?

72. $(2, 8)$ açık aralığı hangi sayının kaç komşuluğundadır?

73. $(a_n) = \left(\frac{2n+3}{n}\right)$ dizisinin 2 nin $1/10$ komşuluğu dışında kaç terimi vardır?

74. $(a_n) = (3n+2)/n$ dizisinin 3 ün $1/20$ komşuluğu dışında kalan terimleri hangi aralığın dışındadır?

75. $(a_n) = (2/n)$ dizisinin sınırlı olduğunu gösteriniz.

76. $(a_n) = (3n-5)$ dizisinin EBAS ve EKÜS ünü bulunuz.

77. $(a_n) = (3n^2 - 20n + 7)$ dizisinin EBAS ve EKÜS ünü bulunuz.

78. $(a_n) = (-2n^2 + 8n - 1)$ dizisinin EBAS ve EKÜS ünü bulunuz.
79. $(a_n) = \left(\frac{3n+2}{3n-1}\right)$ dizisinin EBAS ve EKÜS ünü bulunuz.
80. $(a_n) = \left(\frac{n!}{3^{n-1}}\right)$ dizisinin sınırlı olmadığını gösteriniz.
81. Genel terimi, $a_n = 3^n \cdot n!$ olan bir dizide a_{10}, a_8 in kaç katıdır?
82. Genel terimi, $a_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$ olan dizinin 10. terimi kaçtır?
83. $(a_n) = \left(\frac{n+18}{2n-1}\right)$ dizisinin kaç terimi 2 den büyüktür?
84. Ortak çarpanı 5 ve 4. terimi 2.5^4 olan geometrik dizinin 7. terimi kaçtır?
85. İlk terimi 6 ve ilk 3 teriminin toplamı 42 olan pozitif terimli geometrik dizinin 3. terimi kaçtır?
86. $(a_{n+1}) = (2a_n + 3)/2$ ve $a_1 = 3$ ise a_{29} 'u bulunuz.
87. $(a_n) = \left(\frac{(n+1)!}{3^n}\right)$ dizisi veriliyor. $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ oranını bulunuz.
88. $a+3, 6+\log_4 64, 2a+3$ terimleri bir aritmetik dizinin ardışık üçterimi ise a 'nın değeri kaçtır?
89. Bir aritmetik dizide $a_8 = 10$ olduğuna göre, ikinci ve dördüncü terimleri toplamı kaçtır?
90. Bir aritmetik dizinin ilk n teriminin toplamı $2an^2$ ve ilk terimi $2a$ ise ortak farkını bulunuz. ($n > 1$)
91. 3 ile 25 arasına aritmetik dizi oluşturacak şekilde 43 tane terim yerleştirilirse oluşan yeni dizinin tüm terimler toplamı kaçtır?
92. $S_{11} - S_{10} = 43$ ise $S_{15} - S_{14} = 87$ olduğuna göre bu dizinin ortak farkı kaçtır?
93. Bir geometrik dizide birinci terim 32 ve ikinci terimle dokuzuncu terim çarpımı 2 olduğuna göre, onuncu terim kaçtır?
94. İlk terimi 3 ve ortak çarpanı 2 olan bir geometrik dizinin kaç teriminin toplamı 381 dir?
95. (a_n) pozitif terimli bir geometrik dizi ve bu dizinin terimleri arasında $a_3 \cdot a_6 = 72$ bağıntısı varsa a_5 kaçtır?
96. (a_n) bir geometrik dizi olmak üzere $a_1 + a_5 = 30$ $a_3 + a_7 = 120$ ise $a_1 = ?$
97. İlk n terim toplamı $2n^2$ olan bir aritmetik dizinin 15. terimi kaçtır?
98. $2x^3 + 6x^2 - x + m = 0$ denkleminin kökleri bir aritmetik dizi teşkil ediyorsa m 'nin değeri kaçtır?

99. $2x^3 - px^2 + 2qx - 16 = 0$ denkleminin kökleri bir geometrik dizi teşkil ediyorsa p ve q arasında nasıl bir bağıntı vardır?
100. İlk n teriminin toplamı $n^2 + 2n$ olan bir dizinin genel terimi nedir?
101. $(a_n) = \left(\frac{-n^2 + 8n - 12}{n^2 + 4n + 4}\right)$ dizisinin kaç terimi pozitifdir?
102. $(a_n) = \left(\frac{mn-n}{n+4}\right)$ $(b_n) = \left(\frac{12n-8}{2n+3}\right)$ olmak üzere, (b_n) dizisi (a_n) dizisinin bir alt dizisi olduğuna göre, m kaçtır?
103. $(a_n) = \left(\frac{3}{n^2+1}\right)$ dizisinin $(1/9, 1/2)$ aralığında kaç terimi vardır?
104. $x \neq 0$ olmak üzere, $x+y, x^2+1, 2y-1$ üçlüsü hem aritmetik, hem de geometrik bir dizinin ardışık üç terimi olduğuna göre, $x-y$ farkı kaçtır?
105. Bir geometrik dizinin ardışık üç terimi sırasıyla, $2x-2, 2x+1, 2x-6$ olduğuna göre, x kaçtır?
106. Bir aritmetik dizide ilk n terimin toplamı; $S_n = 2n^2 - n$ olduğuna göre, bu dizinin onuncu terimi kaçtır?
107. Bir aritmetik dizinin ardışık beş terimi sırasıyla, $\log 4, \log x, \log y, \log z, \log 36$ olduğuna göre, $x \cdot z / y$ kaçtır?
108. İlk terimi 1 olan pozitif terimli bir (a_n) geometrik dizisi için, $\frac{a_{n+9}}{a_{n+3}} = \frac{1}{64}$ bağıntısı olduğuna göre, a_4 kaçtır?
109. (a_n) aritmetik dizisinin ilk n terim toplamı S_n dir. $a_2/a_4 = 7/9$ ve $S_4 = 60$ olduğuna göre, a_2 kaçtır?
110. 7. terimi $a-b$ ve 15. terimi $a+b$ olan bir aritmetik dizinin 23. terimi nedir?
111. İlk n terim toplamı S_n olan bir dizide, $S_n = n^3 + n^2$ olduğuna göre, a_3 kaçtır?
112. Bir aritmetik dizinin ilk 3 terimi, $2k+1, 3k+2, 5k+1$ olduğuna göre, bu dizinin 5. terimi kaçtır?
113. Bir dizide; herhangi bir terim, kendisinden bir önceki terim ile bir sonraki terimin çarpımına eşit olarak veriliyor. $a_2 = 2$ ve $a_3 = 3$ olduğuna göre, a_6 kaçtır?
114. $a_1 = -1$, $a_{n+1} = a_n + 2^n$ ise, a_{50} kaçtır?
115. $a_1 = 1$, $a_n = n \cdot a_{n-1}$ ise (a_n) dizisinin genel terimini bulunuz.
116. Aşağıdaki limitleri bulunuz.
a) $\lim (1 + \frac{3}{n})^n$ b) $\lim (\frac{n-1}{n})^n$ c) $\lim (\frac{2n+1}{2n})^n$
d) $\lim (\frac{3n-2}{3n+1})^{4n}$ d) $\lim (\frac{5n-1}{5n+2})^{3n-2}$

117..Birler basamağı 4 olan 4 basamaklı bütün tamsayıları toplamını bulunuz.

118. İlk 7 terimin çarpımı 128 olan bir (a_n) geometrik dizisinde $a_3.a_5$ değerini bulunuz.

119. İlk n teriminin çarpımı P_n olan bir geometrik dizi için, $P_{10}/P_9=96$ ve $P_5/P_4=3$ eşitlikleri sağlanıyor. Buna göre, geometrik dizinin genel terimini bulunuz.

120. Bir hastaya saat 8 de 2000 mg ilaç verilmiştir. Hastaya her saat başında, bir önceki saat başındaki miktarın %30 u kadar ilaç verilmektedir. Saat 13 te hastaya ne kadar ilaç verilmelidir?

121. 20 metre yükseklikten serbest bırakılan bir top yerde her sekmesinden bir önceki yüksekliğin $6/7$ si kadar yükseliyor. Top 9. sekmede kaç metre yükseğe çıkar?

122. Başlangıçta a tane olan ekme kütü bakterisi her 3 saatte bir iki katına ulaşıyor. 24 saat sonra ortamdaki toplam bakteri miktarı a cinsinden ne kadardır?

123. Bir aritmetik dizide ardışık 3 terimin toplamı 18 dir. Bu terimlerden 1. si bir azalır, 3. terimin iki katı alınırsa terimler geometrik bir dizi özelliği gösteriyor. Bu şartları sağlayan aritmetik dizileri bulunuz.

124. $(a_n) = \left(\prod_{k=1}^n 2^{\left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}} \right)$ dizisinde,

$a_6 = 2^k$ olduğuna göre, x kaçtır?

125. $(a_n) = \left(3^{\frac{kn-n+7}{3n+2}} \right)$ dizisinin limiti 81 olduğuna göre, k

kaçtır?

126. $(a_n) = \sqrt[n]{\frac{(n+1)!}{n^{n+1}}}$ dizisinin limiti kaçtır?

127. $(a_n) = (2^n + 3^n)^{4/n}$ dizisinin limiti kaçtır?

128. $a_1 = \sqrt{30}$, $a_{n+1} = \sqrt{30 + 7a_n}$ $n > 1$ olduğuna göre, (a_n) dizisinin limiti kaçtır?

SERİLER:

1. Aşağıdaki sonsuz toplamın değerlerini bulunuz.

a) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots$

b) $\frac{2^2}{3} + \frac{2^3}{3^2} + \frac{2^4}{3^3} + \dots$

c) $a = \frac{3}{4}$ ve $b = \frac{1}{2}$ olmak üzere;

$a^4 - b^3 + a^6 - b^8 + a^8 - b^{11} + \dots$

d) x bir dar açı olmak üzere;

$\sin^2 x + \sin^4 x + \sin^6 x + \dots$ sonsuz toplamının x e bağlı ifadesini bulunuz.

2. Bir lastik top n metre yükseklikten bırakılıyor ve her seferinde bir önceki yüksekliğinin yarısı kadar yükseliyor. Top duruncaya kadar 15m yol aldığı bilindiğine göre n yüksekliği kaç metredir?

3. Kenar uzunlukları 8 cm ve 6 cm olan bir dikdörtgenin kenarlarının orta noktaları birleştirilerek bir eşkenar dörtgen ve bu eşkenar dörtgenin de orta noktaları birleştirilerek yeni bir dikdörtgen elde ediliyor. Bu işlem sonsuz defa tekrar edildiği varsayılıyor.

a) Tüm dikdörtgenlerin alanları toplamını;

b) Tüm eşkenar dörtgenlerin alanları toplamını;

c) Tüm dikdörtgenlerin çevreleri toplamını;

d) Tüm eşkenar dörtgenlerin çevreleri toplamını bulunuz.

4. Aynı merkezli sonsuz tane çemberlerden en dıştakinin yarıçapı r , bir içtekinin yarıçapı $3r/4$, daha içtekinin yarıçapı $9r/16$, ... biçimindedir. Bu sonsuz sayıdaki çemberlerin;

a) Çevreleri toplamını

b) Alanları toplamını bulunuz.

5. Bir kenar uzunluğu a birim olan küpün içine yüzeylerine teğet olan bir küre; kürenin içine köşeleri küre yüzeyinde olan bir küp; küpün içine yüzeylerine teğet olan bir küre yerleştiriliyor ve bu biçimde işlem sonsuz defa tekrarlandığı varsayılıyor.

a) Tüm küplerin yüzey alanları toplamını;

b) Tüm küplerin hacimleri toplamını;

c) Tüm kürelerin yüzey alanları toplamını;

d) Tüm kürelerin hacimleri toplamını bulunuz.

Seriler İle İlgili Bazı Yakınsaklık Testleri:

a) Karşılaştırma Testi:

Bütün terimleri pozitif olan

$\sum a_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ serisi ile

$\sum b_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n$ serileri verilsin.

a) Eğer $\forall n \in \mathbb{N}^+$ için $a_n \leq b_n$ ve $\sum b_n$ yakınsak ise $\sum a_n$ de yakınsaktır.

b) Eğer $\forall n \in \mathbb{N}^+$ için $a_n \leq b_n$ ve $\sum a_n$ ıraksak ise $\sum b_n$ de ıraksaktır.

Not: Bu iki durumun aksi hallerinde bir şey söylenemez.

b) Geometrik Seri:

$\sum_{k=0}^{\infty} ar^k = a + ar + ar^2 + \dots$ serisine *Geometrik Seri* denir.

Burada $|r| < 1$ ise seri yakınsak ve değeri $\frac{a}{1-r}$ dir.

Şayet $|r| \geq 1$ ise seri ıraksaktır.

b) Riemann Serisi:

$\sum \frac{1}{n^p}$ serisine *Riemann Serisi* denir. Bu seride;

a) $p > 1$ ise seri yakınsak;

b) $p \leq 1$ ise seri ıraksaktır.

c) D'Alambert Oran Testi:

Bütün terimleri pozitif olan $\sum a_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ serisi verilsin. Eğer;

a) $\lim \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$ ise $\sum a_n$ serisi yakınsak;

b) $\lim \frac{a_{n+1}}{a_n} > 1$ ise $\sum a_n$ serisi ıraksak;

c) $\lim \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1$ ise bu test yetersiz kalır ve $\sum a_n$ serisi

için bir şey söylenemez.

d) Cauchy Kök Testi:

Bütün terimleri pozitif olan $\sum a_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ serisi verilsin. Eğer;

a) $\lim \sqrt[n]{a_n} < 1$ ise $\sum a_n$ serisi yakınsak;

b) $\lim \sqrt[n]{a_n} \geq 1$ ise $\sum a_n$ serisi ıraksaktır.

6. Aşağıdaki serilerin karakterini (yani yakınsak veya ıraksak olduklarını) yukarıdaki kriterlerden bir ya da bir kaçını kullanarak belirleyiniz.

a) $\sum \frac{1}{3^{n-1}}$ b) $\sum \frac{1}{n^2}$ c) $\sum \frac{1}{n(n+1)}$ d) $\sum \frac{1}{n\sqrt{n}}$

e) $\sum \frac{1}{2^{n+1}}$ f) $\sum \frac{n}{(n+1)^3}$ g) $\sum \frac{1}{\ln n}$ h) $\sum \frac{1}{2003^{\ln n}}$

i) $\sum \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}$ j) $\sum \frac{1}{n^{3/2} + 1}$ k) $\sum \frac{n^3}{5^n}$ l) $\sum \frac{2003}{n!}$

m) $\sum \frac{10^n}{n!}$ n) $\sum \frac{n(n+1)(n+2)}{5^n}$ o) $\frac{2}{3} + \frac{2.3}{4.5} + \frac{2.3.4}{5.6.7} + \dots$

$$p) \sum \frac{n!}{100^n} \quad r) \sum \frac{1+3+5+\dots+(2n-1)}{2+4+6+\dots+2n} \quad s) \sum \frac{2n}{3^n}$$

$$\text{ş)} \sum \frac{1}{1+3+5+\dots+(2n-1)} \quad t) \sum \frac{n^2}{n!}$$

$$7. -1 < x < 1 \text{ için } 1+x+x^2+x^3+\dots = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-x^{n+1}}{1-x} = \frac{1-0}{1-x}$$

$$= \frac{1-0}{1-x} = \frac{1}{1-x} \text{ olur.}$$

$$\frac{1}{1-x} = 1+x+x^2+x^3+\dots \text{ eşitliğine}$$

$$f(x) = \frac{1}{1-x} \text{ fonksiyonunun seriye açılımı denir.}$$

Bunun gibi her fonksiyonun x in, 0 dan başlayarak artan kuvvetlerine göre sonlu (veya sonsuz) sayıda toplam biçiminde gösterebileceğimiz **seriye açılımı** vardır. Bu serilere **kuvvet serisi** denir.

Bir fonksiyonu kuvvet serisine açabilmek için türev konusunun bilinmesi gerekir. Seri açılımlarının Yüksek Matematikte büyük önemi vardır.

Ancak biz burada bazı fonksiyonların seriye açılımını vererek ilginç birkaç uygulama yapalım.

Örneğin Matematikte çok önemli sayılardan biri olan e sayısı ($e=2,7182818284590\dots$) ile ilgili e^x

fonksiyonunun seriye açılımı;

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots \text{ dir.}$$

Aşağıda $\sin x$ ve $\cos x$ (x radyan) fonksiyonlarının açılımları verilmiştir.

$$\sin x = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$$

Örneğin;

$$i) e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots \text{ serisinde}$$

$$x=1 \text{ koyarsak; } e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots$$

$$x=1/2 \text{ koyarsak; } \sqrt{e} = 1 + \frac{1/2}{1!} + \frac{(1/2)^2}{2!} + \frac{(1/2)^3}{3!} + \dots$$

$$x=-1 \text{ koyarsak; } e^{-1} = 1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \dots$$

$$ii) e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots \text{ serisinde}$$

x yerine ix koyalım;

$$e^{ix} = 1 + \frac{ix}{1!} + \frac{(ix)^2}{2!} + \frac{(ix)^3}{3!} + \frac{(ix)^4}{4!} + \dots$$

$$e^{ix} = 1 + \frac{ix}{1!} - \frac{x^2}{2!} - \frac{ix^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$$

$$e^{-ix} = 1 - \frac{ix}{1!} + \frac{x^2}{2!} - \frac{ix^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} - \dots + i\left(\frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots\right)$$

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x = cis x$$

$$e^{-ix} = \cos x - i \sin x = cis x \text{ bulunur.}$$

$$iii) e^{ix} = \cos x + i \sin x \text{ bağıntısında;}$$

$$x=\pi \text{ koyalım } e^{i\pi} = \cos \pi + i \sin \pi = -1 \text{ veya } e^{i\pi} + 1 = 0 \text{ bulunur.}$$

$$iv) e^{ix} = \cos x + i \sin x \text{ bağıntısında;}$$

$$x=\pi/2 \text{ koyalım } e^{i\pi/2} = \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} = i \text{ bulunur.}$$

$$v) i^i = (e^{i\pi/2})^i = e^{-\pi/2} = \frac{1}{\sqrt{e^\pi}} \text{ bulunur.}$$

$$vi) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{n!} \text{ serisinin değerini bulalım.}$$

$$\text{Çözüm: } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{n!} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n!} - \frac{1}{n!} \right) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n!} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n-1)!} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} = \left(1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots\right)$$

$$- \left(\frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots\right) = e - (e-1) = 1 \text{ bulunur.}$$

$$vii) \sum_{n=3}^{\infty} \frac{2^n}{n!} \text{ serisinin değerini bulalım.}$$

$$\text{Çözüm: } \sum_{n=3}^{\infty} \frac{2^n}{n!} = \frac{2^3}{3!} + \frac{2^4}{4!} + \frac{2^5}{5!} + \dots$$

$$= \left(1 + \frac{2}{1!} + \frac{2^2}{2!} + \frac{2^3}{3!} + \frac{2^4}{4!} + \frac{2^5}{5!} + \dots\right) - \left(1 + \frac{2}{1!} + \frac{2^2}{2!}\right)$$

$$= e^2 - 5 \text{ bulunur.}$$

Nasıl, ilginç sonuçlar değil mi?

Siz de buna benzer ilginç sonuçlar elde edebilirsiniz.

Aşağıdaki soruları verilen bilgilerden faydalanarak cevaplayınız.

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!} = ? \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n!} = ? \quad c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-3}{n!} = ?$$

$$d) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{3n^2 - 2n + 1}{n!} = ?$$

$$e) x \cdot \sin x - \frac{\cos x}{x^2} \text{ fonksiyonunun seriye açılımını bulunuz.}$$

8. Aşağıdaki x e bağlı serilerin (kuvvet serilerinin) yakınsaklık aralığını (yani seriyi yakınsak yapan x değerleri kümesini) bulunuz.

a) $1 + x + x^2 + x^3 + \dots$

b) $1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$

c) $\frac{x}{2+1} + \frac{x^2}{2+2} + \frac{x^3}{2+3} + \dots$

d) $1 + \frac{2x}{3} + \frac{3x^2}{3^2} + \frac{4x^3}{3^3} + \dots$

e) $1 + \frac{x-2}{1} + \frac{(x-2)^2}{2} + \frac{(x-2)^3}{3} + \dots$

f) $10x + 200x^2 + 3000x^3 + 40000x^4 + \dots$

g) $1 - \frac{1!}{x} + \frac{2!}{x^2} - \frac{3!}{x^3} + \dots$

h) $1 - x^2 + x^4 - x^6 + \dots$

i) $\frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$

9. $0,13$ devirli ondalık açılımını seri biçiminde yazarak değerini rasyonel sayı olarak bulunuz.

10. $1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots$ toplamını hesaplayınız.

11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2+2n}$ serisinin değerini hesaplayınız.

12. $|r| < 1$ için $\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot r^{n-1} = \frac{1}{(1-r)^2}$ olduğunu ispatlayınız.

13. $\sum_{n=1}^{\infty} (1/3)^{n-2}$ serisinin değerini hesaplayınız.

14. Aşağıdaki sonsuz toplam değerlerini bulunuz.

a) $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} + \dots$

b) $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n+1)} + \dots$

c) $\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1) \cdot (n+2)} + \dots$

15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n} + 3^{2n}}{12^n}$ serisinin toplamını bulunuz.

16. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots = \frac{\pi^2}{6}$ olduğu bilindiğine

göre aşağıdaki seri toplamlarını bulunuz.

a) $\frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots$ b) $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{6^2} + \dots$

17. Yarıçapı 2 cm olan dairenin içine, her birinin yarıçapı bir öncekinin yarıçapının 1/3 ü olacak şekilde sonsuz çoklukta daireler çiziliyor. Oluşan dairelerin çevreleri toplamı kaç cm dir?

18. 12 metre yükseklikten bırakılan bir lastik top, her yere düşüşünde bir önceki yüksekliğin 2/5 i kadar tekrar yükseliyor. Buna göre, topun duruncaya kadar aldığı toplam dikey yolu bulunuz.

19. Yarıçapı 4r birim olan kürenin içine, her birinin yarıçapı bir öncekinin yarıçapının yarısı olacak şekilde sonsuz çoklukta küreler konuyor. Oluşan sonsuz tane kürenin;

- a) Yarıçaplar toplamını
b) Alanlar toplamını
c) Hacimleri toplamını bulunuz.

20. Bir karenin iç teğet çemberi diziliyor. Çizilen bu çemberin içine, köşeleri çemberin üzerinde olan yeni bir kare çiziliyor. Bu işlem sonsuz çoklukta çember, kare, çember, kare... şeklinde devam ediyor. En dıştaki karenin bir kenarı 2a birim ise,

- a) Karelerin çevreleri toplamını;
b) Karelerin alanları toplamını;
c) Çemberlerin çevreleri toplamını;
d) Çemberlerin oluşturduğu dairelerin alanları toplamını bulunuz.

21. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots = e$ olduğu bilindiğine

göre; aşağıdaki serilerin değerini bulunuz.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{n!}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+5}{n!}$ c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 - 3n + 1}{(n+1)!}$

22. Aşağıdaki serilerin toplamını bulunuz.

a) $\sum_{n=0}^{\infty} (2^{n+1} \cdot 3^{-n})$ b) $\sum_{k=1}^{\infty} (1,1)^{-k}$

c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n + 4^n}{5^n}$ d) $\sum_{n=-3}^{\infty} (-1/2)^n$

23. $a > 3$ olmak üzere, $\sum_{n=-2}^{\infty} \frac{3^n}{a^{n+1}} = 25/18$ ise a nın tamsayı değeri kaçtır?

24. $\sum_{n=0}^{\infty} (2^n \cdot x^{1-n}) = 9$ olduğuna göre, x kaçtır?

25. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a \cdot 2^{2n} + 3^{n+2}}{12^{n+1}} = 9/8$ olduğuna göre, a kaçtır?

26. $\prod_{n=1}^{\infty} 3^{1-n}$ ifadesinin değeri kaçtır?

27. $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{5^k}$ ifadesinin değeri kaçtır?

28. $\sum_{n=2}^{\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{n-1}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

29. Dik kenarlarından biri 4 cm olan bir ikizkenar dik üçgenin dik kenarlarının orta noktaları birleştirilerek yeni bir dik üçgen elde ediliyor. Bu işleme sonsuz kez devam edildiğinde elde edilen bütün üçgenlerin alanlarının toplamı kaç cm^2 olur?

30. $\frac{1}{3^2-6} + \frac{1}{4^2-8} + \frac{1}{5^2-10} + \dots + \frac{1}{n^2-2n} + \dots$ toplamının değeri kaçtır?

31. $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \dots + \frac{(-1)^n}{3^n} + \dots$ ifadesinin değeri kaçtır?

32. $\prod_{n=1}^{\infty} 10^{(2/3)^n} = ?$

33. $a < b$ olmak üzere $a + \frac{a^2}{b} + \frac{a^3}{b^2} + \frac{a^4}{b^3} + \dots$ serisinin toplamını a ve b cinsinden bulunuz.

34. $\sum_{n=1}^{\infty} \cos^n x = 1$, $0 < x < 2\pi$ ise x'in radyan cinsinden değeri nedir?

35. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{3^{2n}} + \frac{3}{3^{2n+1}} + \frac{5}{3^{2n+2}} \right)$ serisinin değeri kaçtır?

36. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+5n+6}$ serisinin değeri kaçtır?

37. $3 < k < 7$ olmak üzere, $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{16^n - k^{2n}}{(8k)^n} \right)$ serisinin toplamını bulunuz.

38. $1 < x < e$ olmak üzere, $\sum_{n=1}^{\infty} \ln^n x$ serisinin toplamını bulunuz.

39. $0,3 + 0,03 + 0,003 + \dots + 0,00\dots 3 + \dots$ serisinin değeri kaçtır?

40. $0 < x < 2$ olmak üzere, $\frac{2}{x} + \frac{4}{x^2} + \frac{8}{x^3} + \frac{16}{x^4} + \dots = \frac{1}{5}$ olduğuna göre, x kaçtır?

41. $2x^2 - 8x + 7 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olduğuna göre, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x_1^n + x_2^n}{(x_1 \cdot x_2)^n}$ serisinin değeri kaçtır?

42. $\sum_{n=-2}^{\infty} 3^{-2n} \cdot 2^{3n}$ serisinin toplamı kaçtır?

43. $\sum_{n=-\infty}^1 3^n$ serisinin toplamı kaçtır?

44. $\prod_{n=2}^{\infty} \sqrt[2]{2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

45. $\ln 3 + \ln \sqrt{3} + \ln \sqrt[4]{3} + \ln \sqrt[8]{3} + \dots + \ln \sqrt[2^n]{3} + \dots$ serisinin değeri kaçtır?

46. $1 + 2 \cdot (1/2) + 3 \cdot (1/2)^2 + 4 \cdot (1/2)^3 + \dots$ serisinin toplamı kaçtır?

47. $\frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \left(\frac{2}{3}\right)^5 + \dots$ toplamının değeri kaçtır?

48. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{(n-2)!}$ serisinin toplamını bulunuz.

49. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^2-1}{(n+1)!}$ serisinin toplamını bulunuz.

50. $1 < x < e$ olmak üzere; $1 + \ln x + \ln^2 x + \ln^3 x + \ln^4 x + \dots$ serisinin toplamını bulunuz.

Bu dosyayı <http://www.ifl.k12.tr/projedosyalar/dosyalar.htm> sayfasından indirebilirsiniz.

İzmir Fen Lisesi Matematik Zümresi (Şubat 2008)