

**İZMİR FEN LİSESİ LİSE 1 MATEMATİK  
ÇALIŞMA SORULARI: (Rasyonel Sayılar)**

1.  $m > 1$ ,  $m \in \mathbb{Z}$  olmak üzere  $\frac{m+2}{m-1}$  kesrine denk olan rasyonel sayının, 1,42 ondalık sayısına 1/100 değerinde yaklaşık olabilmesi için  $m$  kaç olmalıdır?

2. a)  $\frac{3}{7}$  kesrine denk olan ve paydasının karesi ile payının karesi farkı 360 olan kesri bulunuz.

b) Pay ve paydası pozitif tam sayı olan iki kesrin payına 3, paydasına 2 eklenince değeri 1 oluyor. Bu kesrin kendisiyle çarpmaya göre tersi toplamı  $\frac{13}{6}$  ise bu kesri bulunuz.

3.  $\frac{188887}{211109}$  kesrine denk öyle bir  $\frac{x}{y} \in \mathbb{Z}^+ \times \mathbb{Z}^+$  kesri bulunuz ki;  $x+y=108$  olsun.

4. Verilen  $\frac{a}{b} \in \mathbb{Z}^+ \times \mathbb{Z}^+$  pozitif kesrine denk, payı  $a$  dan küçük, paydası da  $b$  den küçük kaç tane kesir yazılabilir?

5.  $\frac{a^2+b^2}{ab} \in \mathbb{Q}^+$  kesrinin bir pozitif tamsayıya eşit olabilmesi için  $a$  ile  $b$  arasında hangi bağıntı olmalıdır?

6.

a)  $(1 + \frac{1}{5})(1 + \frac{1}{6})(1 + \frac{1}{7}) \dots (1 + \frac{1}{999})$  işleminin sonucu kaçtır?

b)  $x = (1 - \frac{1}{2})(1 - \frac{1}{3})(1 - \frac{1}{4}) \dots (1 - \frac{1}{50})$

$y = (1 + \frac{1}{2})(1 + \frac{1}{3})(1 + \frac{1}{4}) \dots (1 + \frac{1}{49})$  ise  $2xy$  kaçtır?

c)  $(1 - \frac{1}{2^2})(1 - \frac{1}{3^2})(1 - \frac{1}{4^2}) \dots (1 - \frac{1}{2006^2})$  işleminin sonucu kaçtır?

7.a)  $\frac{a}{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{9}{10}} = \frac{10}{\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{7}{6} \cdot \frac{9}{8}} \Rightarrow a$  kaçtır?

b)  $1 + \frac{6}{1 + \frac{4}{x+1}} = 3 \Rightarrow x$  kaçtır?

c)  $1 + \frac{1 + \frac{\dots}{2}}{2} = ?$

d)  $2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{\dots}}} = ?$

e)

$$\frac{3x}{5 + \frac{6}{5 + \frac{6}{\dots}}} - \frac{4x}{2 + \frac{3}{2 + \frac{3}{\dots}}} = 5 \Rightarrow x \text{ kaçtır?}$$

f)

$$\frac{x}{3 + \frac{x}{3 + \frac{x}{\dots}}} = 1 \text{ ise aşağıdaki sonsuz kesrin değeri kaçtır?}$$

$$4 - \frac{x}{4 - \frac{x}{4 - \frac{x}{\dots}}}$$

g)  $\frac{2}{3 - \frac{2}{3 + \frac{2}{3 - \dots}}}$  = ?

h)  $\frac{1}{x^2 + \frac{1}{x^2 + \frac{1}{\dots}}}$  = ?

8)  $xy - 2 = 3x - 5y$  eşitliğinde  $x$  in hangi değeri için  $y$  bulunamaz?

9) Aşağıdaki rasyonel sayıları sıralayınız.

a)  $a = -\frac{22}{5}$ ,  $b = -\frac{202}{50}$ ,  $c = -\frac{2002}{500}$

b)  $a = -\frac{11}{7}$ ,  $b = -\frac{1113}{1109}$ ,  $c = -\frac{65}{61}$

c)  $a = -\frac{12}{17}$ ,  $b = -\frac{102}{107}$ ,  $c = -\frac{1002}{1007}$

c)  $\frac{2}{ab} = \frac{3}{4bc} = \frac{4}{5ac}$  şartını sağlayan

i)  $a, b, c$  pozitif sayılarını sıralayınız.

ii)  $a, b, c$  negatif sayılarını sıralayınız.

d)  $\frac{1}{a+b} < \frac{1}{b+c} < \frac{1}{a+c}$  şartını sağlayan

$a, b, c$  pozitif sayılarını sıralayınız.

e)  $a = \frac{1234567893}{9876543215}$  ve  $b = \frac{1234567894}{9876543217}$  rasyonel

sayılarından hangisi daha küçüktür?

f)  $-8/3$ ,  $-7/5$ ,  $-6/7$ ,  $-5/4$  sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

g)  $17/20$ ,  $7/11$ ,  $5/7$ ,  $7/8$ ,  $13/15$  sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

h)  $a$ , 1 den büyük bir tam sayı olmak üzere;  $\frac{a-1}{a}$ ,  $\frac{a}{a+1}$ ,  $\frac{a+1}{a+2}$  sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

10.

a)  $a = \frac{5}{13} + \frac{2}{17} + \frac{7}{19}$  olduğuna göre;  $\frac{18}{13} - \frac{15}{17} + \frac{45}{19}$  sayısının a cinsinden değerini bulunuz.

b)  $x = \frac{5}{6} + \frac{6}{7} + \frac{7}{8} + \dots + \frac{19}{20}$  olduğuna göre;  $\frac{23}{6} + \frac{27}{7} + \frac{31}{8} + \dots + \frac{79}{20}$  sayısının x cinsinden değerini bulunuz

c)  $a = \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14} + \frac{1}{15}$  ve

$\frac{13}{12} + \frac{14}{13} + \frac{15}{14} + \frac{16}{15} = b \left( \frac{11}{12} + \frac{12}{13} + \frac{13}{14} + \frac{14}{15} \right)$  ise b nin a cinsinden değerini bulunuz.

11.  $\frac{a \cdot b}{a + b} = \frac{1}{13}$  ve  $\frac{b \cdot c}{b + c} = \frac{1}{7}$  verildiğine göre;  $\frac{c - a}{a \cdot c}$  kesrinin değeri kaçtır?

12. a)  $a, b \in \mathbb{Z}$ ,  $-3 < a < 2$  ve  $3 < b < 7$  ise  $\frac{3}{a+b}$  rasyonel sayısının en küçük değeri kaçtır?

b)  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ ,  $2 < c < 5$ ,  $a+b=8$  ve  $\frac{b-1}{a} = c \cdot \left(1 - \frac{1}{b}\right)$  b - a kaçtır?

c)  $a, b \in \mathbb{N}^+$ ,  $\frac{1}{x} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$  ve  $a \cdot b = 18$  ise x in maksimum (en büyük değeri) kaçtır?

d)  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}^+$  ve  $\frac{a}{b} = \frac{3b}{4} = \frac{2c}{9} = d$  ise  $a+b+c$  toplamının minimum (en küçük) değeri kaçtır?

e)  $a, b \in \mathbb{Z}$ ,  $0 < a < 6$  ve  $-7 < b < -3$  ise  $\frac{a-b}{a+b}$  rasyonel sayısının en büyük değeri kaçtır?

f)  $a, b, c, d$  birbirinden farklı negatif tamsayılardır.  $3a=2b$ ,  $2a=c$ ,  $2b=d$  ise  $b+c$  nin alabileceği maksimum değer kaçtır?

g)

13.  $a=2,0\bar{1}$   $b=1,00\bar{2}$  sayılar için  $(a-b) \cdot \frac{33}{55} = ?$

14. 0,135 ile 0,136 arasında,

a) Rasyonel sayı olan devirli bir ondalık sayı ,

b) Rasyonel sayı olmayan bir ondalık açılım yazınız.

15. a ve b sıfırdan farklı rakamlar olmak üzere;

$\frac{0,ab}{0,ba} = \frac{2}{3} \Rightarrow a$  ve  $b$  yi bulunuz.

16.  $A = \frac{2,00\dots04}{(1,00\dots04)^2 + 2,00\dots04}$  ve

$B = \frac{2,00\dots02}{(1,00\dots02)^2 + 2,00\dots02}$  sayılarında, her bir ardışık

sıfırların sayısı 11 tane olduğuna göre hangi sayı daha büyüktür?

17. Aşağıdaki önermeleri ispatlayınız.

a)  $\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}^+$  için  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{d}{c} < \frac{b}{a}$  dir.

b)  $\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$  için  $\frac{a}{b} < \frac{\frac{a}{b} + \frac{c}{d}}{2} < \frac{c}{d}$  dir.

c)  $\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}^+$  için  $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$  dir.

d)  $0 < x < y$  için  $\frac{3}{y} < \frac{7}{x}$  dir.

e)  $x < 0$  için  $2x+1 < \frac{3x+5}{3}$  dir.

17.  $a = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1001}$

$b = 1 + \frac{2}{4} + \frac{4}{6} + \dots + \frac{2000}{2002}$  ise  $\frac{a+b}{2}$  kaçtır?

18.  $a, b \in \mathbb{Z}^+$  olmak üzere  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{19}{94}$  a ve b kaçtır?

19.  $a, b, c \in \mathbb{Q}^+$  için  $\frac{xy}{x+y} = a$ ,  $\frac{xz}{x+z} = b$ ,  $\frac{yz}{y+z} = c$  ise x in a, b, c türünden eşitini bulunuz.

20.  $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$ ,  $c \neq 0$  olmak üzere;  $a+b+c=0$  ise

a)  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$  dir.

b)  $\left( \frac{a}{b-c} + \frac{b}{c-a} + \frac{c}{a-b} \right) \left( \frac{b-c}{a} + \frac{c-a}{b} + \frac{a-b}{c} \right) = 9$  dir.

21.  $a, b, c \in \mathbb{Q}^+$  ve  $a+b+c=1$  ise

$\left( \frac{1}{a} - 1 \right) \left( \frac{1}{b} - 1 \right) \left( \frac{1}{c} - 1 \right) \geq 8$  olduğunu ispatlayınız.

22. Tuz oranı %12 olan 18 litre tuzlu su vardır.

a) Karışımdaki tuz ve su miktarını bulunuz.

b) Karışımdaki tuzun uya oranı kaçtır?

c) İlk karışıma 6 litre tuz ilave edildiğinde tuz oranı kaç olur?

d) İlk karışımda 6 litre su ilave edildiğinde tuz oranı kaç olur?

e) İlk karışımdan 3 litre su buharlaştırıldığında tuz oranı kaç olur?

23. A ile B bir işi beraber 2 günde, B ile C beraber 4 günde, A ile C ise  $\frac{12}{5}$  günde bitirebilmektedir.

a) A, B ve C tek başına kaç günde bitirebilir?

b) A, B, C birlikte bir gün çalışıyor. İkinci gün B ile C çalışıyor. İki günde işin kaç ta kaçı bitmiştir?

c) B ile C iki gün çalışıyor. Üçüncü gün B hastalanıyor. C tek başına kaç gün daha çalışırsa işin tamamını bitirir.

24. Aynı boydaki iki mum aynı anda yakılırsa birinci mum 4 saatte, ikinci mum 3 saatte bitmektedir. İki mum beraber yakıldıktan kaç saat sonra birinci mumun boyu ikincisinin 2 katı olur?