

**İZMİR FEN LİSESİ 10. SINIF MATEMATİK  
ÇALIŞMA SORULARI: (Polinomlar)**

**Polinom Kavramı**

**(Derecesi, Sabit terimi, Katsayılar toplamı.. ):**

01. a)  $A(x)=2x^{n+1}-3x^{4-n}+1$  ifadesinin bir polinom olması için n nin alabileceği tam sayı değerlerini bulunuz.

b)  $B(x)=x^{-n}-2x^{m+n-2}+x-1$  ifadesinin bir polinom olması için m nin en küçük tam sayı değerini bulunuz.

02.  $P(x)=(x^2+1)^n(x^3-2x+3)^5$  polinomunun derecesi 27 ise n kaçtır?

03.  $P(x)=(x+3)^{\frac{n}{3}} \cdot (x-13)^{\frac{24}{n}}$  polinomunun derecesi

a) en az kaç b) en çok kaç olabilir?

04.  $P(x)=x^{\frac{12}{n}}-3x^{n-5}$  polinomunun derecesi

a) en az kaç b) en çok kaç olabilir?

05. P(x) ve Q(x) birer polinomdur.

$P(x^2) \cdot (Q(x))^3$  polinomunun derecesi 17,

$\frac{(P(x))^3}{(Q(x))^2}$  polinomunun derecesi ise 6 dır. Buna göre;

$2P(x)+7Q(x)$  polinomunun derecesi kaçtır?

06.  $P(x)=ax^3-2x^2+1$ ,  $Q(x)=(b-1)x^3-bx^2-4x+2$  polinomları veriliyor.  $d(P(x)+Q(x))=1$  ise a ve b kaçtır?

07. P(x) polinomunda;  $P(x)-P(x+1)=x$  ve  $P(9)=10$  ise P(x) in sabit terimi kaçtır?

08.  $P(2x)=P(x)-2$  ve  $P(1)=6$  ise  $P(8)$  kaçtır?

09.  $P(x-1)=x^2Q(x+1)-4$  eşitliği veriliyor. P(x) polinomunun sabit terimi 2 ise  $P(0)+Q(2)$  değeri kaçtır?

10.  $(1+x+x^2)^{2006} = a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_{4012}x^{4012}$  açılımında;

a)  $a_0+a_1+a_2+...+a_{4012}$

b)  $a_0+a_2+a_4+...+a_{4012}$

c)  $a_1+a_3+a_5+...+a_{4011}$  toplamlarını bulunuz.

11.

$P(x) = 2 \cdot x^{m+3} - x^{\frac{16}{2}} - 7$  ifadesi bir polinom

olduğuna göre, bu polinomun derecesi kaçtır?

12.

$P(x) = x^{n+9} - x^{-n} + x$  polinomunun derecesi en az kaç olur?

13.

$P(x^2+1) = x^6 - 2ax^4 + x^2 - 5$  ve P(x) polinomunun sabit terimi 5 ise a kaçtır?

**Polinomların Eşitliği(Özdeşliği):**

01.  $x^3+ax^2+bx+c=(x-1)^2 \cdot Q(x)$  özdeşliğinde Q(x) polinomdur. Buna göre a,b,c arasındaki bağıntıyı bulunuz.

02.  $x^3-x^2+3x-2=a+b(x-1)+c(x-1)(x-2)+d(x-1)(x-2)(x-3)$  olması için a,b,c,d kaç olmalıdır?

03.  $(x+a)(x+2a)(x+3a)(x+4a)+a^4$  tam kare olduğunu ispatlayınız.

04.  $x^4+px^3+qx^2+rx+s$  ifadesi tam kare ise

$p^2s=r^2$  ve  $p^3+8r=4pq$  olduğunu ispatlayınız.

05. Eğer,  $ax^3+bx^2+cx+d$  ifadesi tam küp ise  $b^2=3ac$ ,  $c^2=3bd$  olduğunu ispatlayınız.

06.  $2(x+a)(x+2a)+2(x+2a)(x+b)$  ifadesi tam kare ise  $9a^2+9b^2=6ab$  olduğunu ispatlayınız.

07.  $x^4-2ax^3+19x^2-2bx+25$  ifadesi  $x^2+mx+5$  ifadesinin karesine eşit ise a, b, m kaç olmalıdır?

08.  $n^3+5n=an(n-1)(n-2)+bn(n-1)+cn$  olması için a,b,c kaç olmalıdır?

09. a,b,c,d ne olmalıdır ki;  $(x-1)(x-2)(ax+b)+(x+2)((x+3)(cx+d))=1$  olsun?

10.  $P(x)=x^3-2x^2+x-18$  polinomunu (x-1) in kuvvetlerine göre açılımını bulunuz.

11.  $P(x)=x^4$  polinomunu (x+1) in kuvvetlerine göre açılımını bulunuz.

12.  $P(x) = x^5 + 2x^3 - 11x^2 - x + 4$   
 $= a(x-1)^5 + b(x-1)^4 + ... + c(x-1) + d$

olduğuna göre (x-1) in üssü çift olan terimlerin katsayıları toplamını bulunuz.

**Polinomların Toplamı, Farkı ve Çarpımı:**

01.  $P(x)=(2x^5-x^3+x)(3x^4+ax^2+1)$  polinomunda  $x^5$  ve  $x^7$  li terimlerin katsayıları eşit ise a değerini bulunuz.

02. a)  $(3x^4-5x^3+2x-7)(5x^3-3x^2-x+3)$  çarpımı yapılır ve düzenlenirse  $x^5$  in katsayısı kaç olur?

03.  $(x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1)^2$  açılımında  $x^4$  lü terimin katsayısını bulunuz.

04.  $(2x+1)^3(x^2+x+2)^2$  açılımında  $x$  in katsayısını bulunuz.

05.  $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 1$  polinomu  $x^2 - x + 1$  üçterimlisinin karesi ise  $a, b, c$  yi bulunuz.

06.  $P(x) = (1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \dots - x^{99} + x^{100})(1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots + x^{99} + x^{100})$  polinomunda çarpanlar açıldığında elde edilen polinomda

a)  $x^{10}$  b)  $x^{99}$  un katsayılarını bulunuz

C: a) 1 b) 0

### Polinomlarda Bölme İşlemi:

01.  $P(x)$  polinomunun  $x^3 + 1$  ile bölümünden elde edilen bölüm ve kalan eşittir. Buna göre  $P(x)$  polinomunun derecesi en çok kaç olabilir?

02.  $P(x) = ax^3 - 2x - 5$  polinomunun  $x + 1$  ile bölümünden kalan  $-6$  ise  $P(x)$  polinomuun  $x - 1$  ile bölümünden kalan kaçtır?

03.  $P(x) = x^3 - 2x^2 + ax + b$  polinomu  $(x + 1)(x - 2)$  ile bölünebildiğine göre  $a$  ve  $b$  yi bulunuz.

04.  $P(x)$  ve  $Q(x)$  polinomları için,  $P(x - 1) = xQ(x + 1) - 4$  ve  $P(x)$  in  $x - 2$  ile bölümünden kalan  $2$  ise  $Q(x)$  in  $x - 4$  ile bölümünden kalan kaçtır?

05.  $P(x + 3) = (x^3 - x^2 - x)Q(x - 2)$  veriliyor.  $Q(x)$  polinomunun  $x + 1$  ile bölümünden kalan  $6$  ise,  $P(x)$  in  $x - 4$  ile bölümünden kalan kaçtır?

06.  $P(P(x) + 1) = 2x^2 + ax + a - 1$  eşitliğini gerçekleyen  $P(x)$  polinomu  $x - 3$  ile tam bölünebiliyor,  $x - 1$  ile bölündüğünde ise  $2$  kalanını veriyor. Buna göre  $a$  kaçtır?

07.  $P(x) = x^5 + 3x^3 + ax + b$  polinomunun  $(x - 1)^2$  ile bölünebildiğine göre  $a$  ve  $b$  yi bulunuz.

08. Bir  $P(x)$  polinomunun  $x - 1$  ile bölümünden kalan  $-2$ ,  $x + 2$  ile bölümünden kalanı  $4$  tür.  $P(x)$  in  $(x - 1)(x + 2)$  ile bölümünden kalanı kaçtır?

09. Bir  $P(x)$  polinomunun  $(x - 3)^2$  ile bölümünden elde edilen bölüm  $x + 2m$  ve kalan  $15$  tir.  $P(x)$  in  $x - 4$  ile bölümünden kalan  $11$  ise  $m$  kaçtır?

10.  $P(x) = 3x^{36} + ax^{18} - 16$  polinomunun  $x^9 + \sqrt{3}$  ile bölümünden kalan  $-1$  ise  $a$  kaçtır?

11.  $P(x) = ax^3 - 5x + 8$  polinomunun  $x^2 + 2$  ile bölümünden elde edilen kalan  $3x + b$  ise  $a + b$  yi bulunuz.

12.  $P(x) = x^3 + 2x^2 + ax + b$  polinomunun  $x^2$  ile bölümünden elde edilen bölüm ve kalan eşittir. Buna göre,  $P(x)$  in  $x - 1$  ile bölümünden kalan kaçtır?

13. Bir  $P(x)$  polinomunun  $x - 1$  ile bölümünden kalan  $-3$ ,  $x^2 + 1$  ile bölümünden kalanı  $x + 2$  ise,  $P(x)$  in  $(x - 1)(x^2 + 1)$  ile bölümünden kalanı bulunuz.

14. Bir  $P(x)$  polinomunun  $x + 2$  ile bölümünde bölüm  $Q(x)$  kalan  $-4$  tür.  $Q(x)$  in  $x - 1$  ile bölümünden kalan  $2$  ise,  $P(x)$  polinomunun  $x^2 + x - 2$  ile bölümünden kalanı bulunuz.

15.  $p(x) = 2x^3 + x^2 - x + 4$  polinomunun  $x^2 - ax$  ile bölümünden kalan  $2x + 4$  ise  $a$  değerini bulunuz.

16.  $P(x) = (x^2 + x - 1)^6 - (2x^2 + 3x)^n + a$  polinomunun  $x + 1$  ile bölümünden kalan  $2$  dir. Buna göre  $a$  ve  $n$  değerleri ne olmalıdır?

17.  $P(x) = (x - 7)^{2m+1} + (x - 1)^m + 4^{n-1}$  polinomunda  $m$  ve  $n$  pozitif tam sayılardır.  $P(x)$  polinomu  $x - 5$  ile bölünebildiğine göre  $m$  ile  $n$  arasında hangi bağıntı bulunmalıdır?

18. Bir  $P(x)$  polinomunun  $x^2 - 1$  ile bölümünden kalan  $x + 2$ ,  $x^2 - 4$  ile bölümünden kalanı  $x + 4$  tür.  $P(x)$  in  $(x - 1)(x - 2)$  ile bölümünden kalanı bulunuz.

19.  $P(x)$  polinomu  $x$  ile bölünebilmektedir.  $P(x) - P(x - 1) = x^2 + x + 3$  olduğuna göre;  $P(1) - P(-1)$  kaçtır?

20.  $x^3 + 8 = 0$  eşitliğini sağlayan bir  $x$  değeri  $a$  dir.  $a \neq -2$  olmak üzere  $P(a) = a^3 - a^2 + a + 4$  ifadesinin en sade eşitini bulunuz.

21.  $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  polinomu  $x + 1$  ile bölünüyor ve  $(x - 1)^2$  ile bölümünden elde edilen kalan  $2x$  olduğuna göre  $P(x)$  polnomunu bulunuz.

C:  $P(x) = x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}$

22. Her  $x \in \mathbb{R}$  için  $xP(x - 1) = (x - 2)P(x)$  eşitliğini sağlayan ikinci dereceden  $P(x)$  polinomlarının genel ifadesini bulunuz.

C:  $a$  bir sabit olmak üzere  $P(x) = ax(x - 1)$

23. Bir  $P(x)$  polinomu  $x - 1$  ile bölününce  $11$ ,  $x + 4$  ile bölününce  $1$  kalanını veriyor. Buna göre polinomun  $(x - 1)(x + 4)$  ile bölümünden elde edilen kalanı bulunuz.

24. Bir  $P(x)$  polinomu  $x + 2$  ile bölününce kalan  $7$ ,  $x^2 + 2$  ile bölününce  $x + 3$  kalanını veriyor. Buna göre polinomun  $(x + 2)(x^2 + 2)$  ile bölümünden elde edilen kalanı bulunuz.

25. Bir  $P(x)$  polinomu  $x-a$  ile bölününce  $b^2$ ,  $x-b$  ile bölününce  $a^2$  kalanını veriyor. Buna göre polinomun  $(x-a)(x-b)$  ile bölümünden elde edilen kalanı bulunuz.

26.  $P(x)=4x^7+3x^6+ax^2+bx+1$  polinomunun  $x^2-x+1$  ile bölünebilmesi için  $a$  ve  $b$  kaç olmalıdır?

27. Üçüncü dereceden öyle bir polinom bulunuz ki;  $(2x-1)(x+3)$  ile bölündüğü zaman kalan  $26x-17$ ,  $(2x-3)(x+1)$  ile bölündüğü zaman kalan  $14x+19$  olsun?

28.  $P(x)$  polinomu  $(x-1)(x-2)$  ile bölündüğü zaman kalan  $2x+5$ ,  $(x-1)(x-3)$  bölündüğü zaman kalan  $3x+4$  olduğuna göre;  $(x-1)(x-2)(x-3)$  bölündüğünde kalan ne olur?

29.  $P(x)=x^7-3x^6+2x^5+2x^4-2x^3-2x^2+3x-1$  polinomunun  $(x-1)^3$  ile bölünebileceğini Horner metodu ile gösterip bölümü bulunuz.

C:  $P(x)=(x-1)^3(x^4-x^2+1)$

30.  $P(x)=(2x-1)^{42}$  polinomunun  $(x^2-x-3)$  ile bölümünden kalan sayının birler basamağını bulunuz.

31.  $P(x)=(x^{22}+x^{15}+x^8+x)^{22}$  polinomunun  $(x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1)$  ile bölümünden elde edilen kalanı bulunuz

32.  $P(x)=x^3+6x^2+11x+6$  şeklinde tanımlı  $P(x)$  polinomunun 1. dereceden çarpanlarının toplamı ile oluşturulan  $Q(x)$  polinomunun  $x-3$  ile bölümünden kalan kaçtır?

33.  $P(x)=x^9+2x^4-x^3+1$  polinomunun  $x-1$  ile bölümünden elde edilen bölüm  $Q(x)$  olduğuna göre  $Q(x)$  in katsayıları toplamını bulunuz.

34.  $P(x)=x^3-(a+b+c)x^2+(ab+bc+ac)x-abc$  polinomunun  $(x-a)(x-b)$  ile tam bölünebileceğini gösteriniz.

35.  $P(x,y,z)=(x+y+z)^3-x^3-y^3-z^3$  üç değişkenli polinomunun  $(x+y)(y+z)(z+x)$  ile tam bölünebileceğini ispat edip, bundan faydalanarak  $(x+y+z)^3-x^3-y^3-z^3$  ifadesini çarpanlarına ayırınız.

C:  $(x+y+z)^3-x^3-y^3-z^3=3(x+y)(y+z)(z+x)$

36.  $(x+y+z)^3-x^3-y^3-z^3=3(x+y)(y+z)(z+x)$  özdeşliğinden faydalanarak;  $(x+y+z)^3-(y+z-x)^3-(z+x-y)^3-(x+y-z)^3$  ifadesini sadeleştiriniz.

C:  $24xyz$

37.

$P(x)$  polinomunun  $(x-3)$  ile bölümünden kalan 5,

$Q(x)$  polinomunun  $(x-3)$  ile bölümünden kalan 2

olduğuna göre,  $\frac{x^2-P(x)}{1-xQ(x)}$  polinomunun  $(x-3)$  ile bölümünden kalan kaçtır?

38.

$$2x^2 \cdot Q(x+1) = P(x-1) + x^3 - 1$$

eşitliği veriliyor.  $Q(x)$  polinomunun  $(x+2)$  ile bölümünden kalan -2 ise,  $P(-4)$  değeri kaçtır?

39.  $(x+1)P(x+1)-(x+2)P(x)=0$  eşitliğini sağlayan bir  $P(x)$  polinomu için  $P(2)=6$  ise polinomun sabit terimi kaçtır?

### Polinomlarla İlgili Özel Sorular:

01.  $P(x)$  tam katsayılı bir polinom  $m, n \in \mathbb{Z}$  ise  $P(m)-P(n)$  sayısı  $m-n$  ye tam bölündüğünü ispatlayınız. Bundan faydalanarak  $P(1)=19$ ,  $P(19)=96$  özelliklerini sağlayan bir  $P(x)$  polinomunun varlığını araştırınız.

02.  $n \geq 2$  bir doğal sayı olmak üzere;

$P(x)=(x+1)^{2n}-x^{2n}-2x-1$  polinomunun  $x(x+1)(2x+1)$  çarpımına bölünebildiğini ispat ediniz.

03.  $P(x)=x^{n+1}-(n+1)x^n+n$  polinomunun her  $n \in \mathbb{N}$  için  $(x-1)^2$  ile bölünebileceğini ispat edip bölümü bulunuz.

04.  $P(x)=Ax^{n+1}+Bx^n+1$  polinomunun  $(x-1)^2$  ile tam bölünebilmesi için  $A$  ve  $B$  yi  $n$  e bağlı bulunuz.  $n=3$  için polinomu çarpanlarına ayırınız.

(Bu dosyayı

<http://www.ifl.k12.tr/projedosyalar/dosyalar.htm> adresinden indirebilirsiniz.)

**İzmir Fen Lisesi Matematik Zümresi**  
**Ekim-2010**