İZMİR FEN LİSESİ 10. SINIF MATEMATİK
ÇALIŞMA SORULARI: (Permütasyon-Kominasyon-Binom ve Olasılık)

Çarpmanın Temel İlkesi:

01.

Özge'nin 7 gömleği, 5 pantolonu ve 2 ayakkabısı vardır.

Özge kaç değişik şekilde giyinebilir?

02

12 kız ve 8 erkekten oluşan bir kulüpte, erkeklerden bir başkan, kızlardan bir başkan yardımcısı seçilecektir.

Bu seçim kaç değişik biçimde sonuçlanabilir?

03.

6 farklı mektup, 2 posta kutusuna kaç farklı şekilde atılabilir?

04.

Bir binada kapasitesi 5 kişiden çok olan 3 asansör vardır.

5 kişi bu üç asansöre kaç değişik şekilde binebilir?

05.

{1, 3, 5, 7, 8, 9} kümesinin elemanları kullanılarak üç basamaklı rakamları tekrarsız kaç tane çift sayı yazılabilir?

06.

A = {M, E, T, İ, N} kümesinin elemanları ile üç harfli ve son harfi sesli olan anlamlı ya da anlamsız kaç değişik kelime yazılabilir?

07.

5 soruluk bir testte her sorunun 4 seçeneği vardır.

Ardışık soruların doğru yanıtları farklı olduğuna göre, kaç farklı cevap anahtarı hazırlanabilir?

08.

A = {0, 1, 2, 4, 6, 7, 8} kümesinin elamanları kullanılarak oluşturulan, rakamları farklı dört basamaklı kaç tane çift sayı yazılabilir?

09.

A = {1, 3, 4, 5, 6} ve B = {0, 1, 2} kümeleri veriliyor.

Birler ve onlar basamağı A kümesinin, yüzler basamağı B kümesinin elemanları kullanılarak oluşturulan rakamları birbirinden farklı kaç tane üç basamaklı doğal sayı vardır?

10.

A = {0, 2, 3, 5, 7, 9} kümesinin elemanlarıyla rakamları tekrarsız, 4 ün katı olan kaç tane dört basamaklı sayı yazılabilir?

11.

{4, 6, 7, 8, 9} kümesinin rakamları kullanılarak üç basamaklı 3 e tam bölünebilen kaç sayı yazılabilir?

12.

{1, 2, 4, 5, 7} kümesinin elemanları kullanılarak dört basamaklı 15 e tam bölünen rakamları farklı kaç sayı yazılabilir?

13.

A = {0, 1, 2, 3, 5} kümesinin elemanları ile rakamları tekrarsız 4 e tam bölünen kaç tane dört basamaklı sayı yazılabilir?

Faktöryel:

01.

$\dfrac{7\cdot 9! - 3\cdot 8!}{8! + 2\cdot 7!}$ **işleminin sonucu kaçtır?**

02.

$$\frac{n! + (n-1)!}{n! - 2(n-2)!} = \frac{6}{5}$$

olduğuna göre, n kaçtır?

03.

$x = 20\cdot 22\cdot 24\cdot \ldots \cdot 50$
$y = 19\cdot 21\cdot 23\cdot \ldots \cdot 49$

olduğuna göre $x\cdot y$ çarpımının faktöryel olarak eşiti nedir?

04.

x=22.19! olduğuna göre 20!+21! toplamının x türünden ifadesi nedir?

05.

$1! + 2! + 3! + \ldots + x!$ *toplamı kaç kere ve hangi x değerleri için tamkare olur?*

06.

n bir doğal sayı ise

$n!$, $(n+1)!$, $(n+2)!$, $n!+1$ ve $n!+2$

sayılarından kaç tanesi daima çifttir?

07.

$A = 2\cdot 4\cdot 6\cdot 8\cdot \ldots \cdot 48$ sayısı 6 tabanında yazılırsa, A'nın sondan kaç basamağı sıfır olur?

08.

$1!\cdot 2!\cdot 3!\cdot 4!\cdot \ldots \cdot 100!$ çarpımından hangisi atılırsa geriye kalan ifade bir tamkare olur?

09.

$n!$ iki basamaklı ise **$(n+2)!$ kaç basamaklıdır?**

10.

$26! - 1$ sayısının **sondan kaç basamağı 9'dur?**

11.
$n!$ hesaplandığında sondan 7 basamağı sıfır ise n **kaç farklı değer alır?**

12.

a.
29! + 30! toplamının **sonunda kaç sıfır vardır?**

b.
30! – 29! farkının **sonunda kaç sıfır vardır?**

c.
30! – 12! farkının **sonunda kaç sıfır vardır?**

13.
$23! = 6^n \cdot p$ eşitliğinde n ve p sayma sayısı ise n **en çok kaç olabilir?**

14.
$23! = 6^n \cdot p$ eşitliğinde n ve p sayma sayıları için **n'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?**

15.
m, n, p ardışık çift sayılar olmak üzere; $m! + n! + p!$ **toplamı bir tek sayı ise $m - n + p$ kaçtır?**

16.
$\frac{23!}{2^n}$ sayısı tek ise **n sayma sayısı kaçtır?**

17.
$\frac{23!}{2^n}$ sayısı çift ise **n sayma sayısı en çok kaç olabilir?**

18.
$\frac{23!}{2^n}$ sayısı çift ise **n sayma sayısının alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?**

19.
$a! = b! \cdot 4!$ ise **$a + b$ en az ve en çok kaç olabilir?**

20.
$\frac{x}{(x-1)!} - \frac{13}{x!} = \frac{x-1}{x!}$ eşitliğinde **x kaçtır?**

21.
x ve y pozitif tamsayılar olmak üzere;

$$1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot 4! \cdot \ldots \cdot 39! = x \cdot 13^y$$

olduğuna göre y en fazla kaç olabilir?

22.
$\frac{x! + (y+1)!}{x!}$ ifadesi bir tamsayı olduğuna göre, **$x + y$ toplamı en az kaç olabilir?**

23.

$$1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + 4 \cdot 4! + \ldots + 26 \cdot 26!$$

toplamının sonunda kaç tane 9 vardır?

24.
$n > 1$ iken

$$1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + \ldots + n \cdot n!$$

toplamının hiçbir zaman bir tamkare olamayacağını kanıtlayınız.

25.
x ve y sayma sayıları için, $\frac{29!}{3^x \cdot 5^y}$ işleminin sonucunun bir sayma sayısı olduğu bilindiğine göre, **$2x - 5y$ ifadesinin en büyük değeri kaç olabilir?**

26.

10! – 8! + 6! sayısının **en büyük asal çarpanı kaçtır?**

27.
6! sayısı 9 tabanında yazılırsa **kaç basamaklı bir sayı elde edilir?**

28.
36! sayısı 9 tabanında yazılırsa **sonunda kaç tane sıfır bulunur?**

29.
19!'den 19! + 22 sayısına kadar **kaç tane asal sayı vardır?**

30.
8! sayısı, en küçük hangi sayma sayısı ile çarpılırsa **bir tamkare olur?**

31.
$6! = 2^{a-2} \cdot (b-3)$ eşitliğinde a ve b birer sayma sayısı ise **$a + b$ toplamı en az kaç olabilir?**

Permütasyon:

01.

$P(n, 4) = 4 \cdot P(n, 3)$ *olduğuna göre n kaçtır?*

02. 10 kişilik bir grupta herkes birbiriyle tokalaşırsa, toplam kaç tokalaşma olur?

03. 10 kişilik bir grupta herkes birbirine tokat atarsa, toplam kaç
tokat atılmış olur?

04.

12345 sayısının rakamlarının yerleri değiştirilerek beş basamaklı sayılar yazılıyor.

5 rakamının 3 ün solunda bulunduğu kaç sayı yazılabilir?

05.

A = {a, b, c, d, e, f} kümesinin elemanları yan yana sıralanıyor.

d ile e nin arasında bir harfin bulunduğu 6 harfli kaç sıralama yapılabilir?

06.

7 kişilik bir maç kuyruğunda Haktan ile Hayri'nin arasında 2 kişi olması koşuluyla kaç sıralama yapılabilir?

07.

9 kişilik bir toplulukta bir çift ve onları tanıyan Ahmet düz dizilmiş sandalyelere oturuyor.

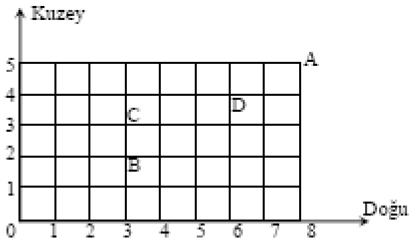
Ahmet ile çift arasında 3 kişi olduğuna göre, bu sıralama kaç değişik biçimde yapılabilir?

08.

Dargın iki kişi yan yana gelmemek koşuluyla 6 kişi yuvarlak bir masaya kaç değişik biçimde sıralanabilir?

09.

Aşağıdaki grafik bir şehirdeki caddelerin krokisini göstermektedir. Yalnız doğu ve kuzey istikametinde yürünerek O dan A ya gidilecektir.



a) Kaç farklı şekilde gidebilir?

b) B den geçmek şartıyla kaç farklı şekilde gidebilir?

c) B ile C arasındaki yolu kullanmadan kaç farklı gidebilir?

d) B veya C den geçmek şartıyla kaç farklı gidebilir?

e) B ve D den geçmek şartıyla kaç farklı gidebilir?

10.

440001 sayısının rakamlarının yerleri değiştirilerek kaç tane 6 basamaklı sayı yazılabilir?

11.

550004444 sayısının rakamlarının yerleri değiştirilerek dokuz basamaklı kaç çift sayı yazılabilir?

12.

Rakamları toplamı 9 olan kaç tane 3 basamaklı sayı vardır?

İpucu: 11110110111 → 423 olumlu bir örnek,
01110111111 → 36 olumsuz bir örnek.
O halde aranan cevap 9 tane 1 ve iki tane 0 kulanılarak oluşturulan tekrarlı permütasyonlardan, 0 ile başlayan permütasyonların farkı kadar olcaktır.

13.

a,b,c,d,e,f,g,h,i,j harfleri, a,b'den ve c de d'den daha önce gelmek koşulu ile kaç değişik şekilde sıralanabilir?

14.

Rakamları toplamı 9 olan kaç tane dört basamaklı doğal sayı vardır?

15.

$A = \{a, b, c, d\}$ kümesinin içinde ''a'' bulunan 3'lü permutasyonlarının sayısı kaçtır?

16.

$A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ kümesinin ''a'' ve ''b'' elemanlarını yan yana bulunduran 5'li permutasyonlarının sayısı kaçtır?

17.

$B = \{a, b, c, d, e\}$ kümesinin 4'lü permutasyonlarının kaç tanesinde a veya b eleman olarak bulunur?

18.

$C = \{a, b, c, d, e, f\}$ kümesinin 3'lü permutasyonlarının kaçında a bulunur ama e bulunmaz?

19.

TASTAMAM kelimesinin harfleriyle *A* harfiyle başlayıp *A* harfiyle biten kaç farklı 8 harfli kelime yazılabilir?

20.

6 kişilik bir aile yuvarlak masa etrafında yemek yiyecektir.

i. *Anne ile baba yan yana oturacaksa*

ii. *En küçük çocuk, anne ile babanın arasında olacaksa*

iii. *Anne ile baba yan yana olmayacaksa*

Bu yemek kaç farklı şekilde yenir?

21.

8 kişi yuvarlak bir masa etrafında otururken kaç değişik şekilde poz verebilirler?

22.

Belli üç kişi birbirlerinden ayrılmamak üzere 7 kişi yuvarlak masa etrafına kaç değişik şekilde oturabilirler?

23.

5 erkek ve 5 kadın, yuvarlak bir masa etrafına 2 erkek arasına 1 kadın gelecek biçimde kaç değişik şekilde oturabilirler?

24.

5 farklı anahtar dairesel bir anahtarlığa kaç farklı şekilde takılabilir?

25.

7 farklı anahtar dairesel ve maskotlu bir anahtarlığa kaç değişik şekilde takılabilir?

26.
6 farklı anahtar belli ikisi yan yana olmak kaydıyla dairesel ve maskotlu bir anahtarlığa kaç değişik şekilde takılabilir?

Kombinasyon:

01.
$2\cdot C(n, 4) = P(n, 3)$ ise n kaçtır?

02.
$C(17, 2x) = C(17, x + 2)$ ise x'in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

03.
$C(x, x - 2) + P(5, 2) + 2\cdot P(x, 2) = C(8, 4)$ eşitliğine göre x kaçtır?

04.
$P(y + 1, 5) = 48\cdot C(y + 1, 4)$ ise y kaçtır?

05.
$C(n, n - 3) + C(n, n - 2) = 48$ ise n kaçtır?

06.
1'den 49'a kadar numaralandırılmış 49 toptan 6'sı çekiliyor. Çekilen 6 topun numarasını garanti bilmek için en az kaç tahminde bulunmak gerekir?

07.
6 kişilik bir ekipten 4 kişi ve bu 4 kişi arasından da bir lider seçilecek. Bu seçim kaç farklı şekilde yapılabilir?

08.
Bir seyahat acentası başvuran 8 kişinin 5'ini İstanbul'a, 3'ünü Ankara'ya, 2'sini de İzmir'e geziye yollayacaktır. Bunu kaç farlı şekilde yapması mümkün olur?

09.
Bilgi yarışmasını kazanan 5 öğrencinin 3'ü ödül olarak cep telefonu, 2'si de kitap seti alacaktır. Ödülleri kaç farklı şekilde dağıtmak mümkündür?

10.
2 öğretmen ile 5 öğrenci boş olan 5 koltuğa oturacaklardır. Öğretmenlerin ayakta kalmaması şartıyla kaç değişik şekilde oturabilirler?

11.
5'i doktor 7'si hemşire olan 12 kişilik bir sağlık ekibinden acil vakalara bakmak üzere 1 doktor ve 2 hemşireli 3 kişilik küçük bir ekip oluşturmak isteniyor. Kaç farklı şekilde mümkündür?

12.
6 bay ve 3 bayan arasından, içlerinde en az 1 bayan olan 3 kişilik bir grup kaç farklı şekilde seçilebilir?

13.
Bir otelde 1 tane 2 kişilik, 4 tane 3 kişilik oda vardır. 14 kişi bu otele kaç farklı şekilde yerleşebilir?

14.
10'u yabancı olan 22 kişilik kadrosundan 11 kişi seçmek isteyen bir teknik direktör, bir maçta en çok 6 yabancı oynatabilme hakkına sahipse ve yabancılardaki tüm hakkını kullanmak istiyorsa, ilk 11'i kaç değişik şekilde seçebilir?

15.
7 kişi, 4 ve 3'lik iki ayrı gruba ayrılmak isteniyor. İçlerinden belli 2 tanesi birbirlerine küs olduğundan aynı grupta olmak istemiyorlar. Grupları seçen adam hırgür çıkmasın diye kaç değişik seçim yapabilir?

16.
8 farklı dersin 2'si aynı saatte verilmektedir. Bu derslerden 5 tanesini seçmeye mecbur bir öğrenci seçimini kaç farklı şekilde yapabilir?

17.
10 soruluk bir sınavda ilk 3 tanesini cevaplamaya mecbur olan bir öğrenci cevaplamak üzere bu 10 sorudan 8'ini kaç farklı şekilde seçebilir?

18.
Herkesin birbiriyle tokalaştığı bir grupta toplam tokalaşma sayısı 36 ise, grupta kaç kişi vardır?

19.
10 kişilik bir gruptan 6 kişi seçilecek ve bir yuvarlak masa etrafına oturtturulacaklar. Kaç farklı oturuş bu mümkündür?

20.
10 kişilik bir grupta Ali ve Veli ayrı gruplarda olmak üzere 4 kişilik gruplar kaç değişik şekilde seçilebilir?

Dağılım Problemleri:

***r* farklı nesneyi *n* farklı kutuya dağıtmak.** Eğer her bir kutu en fazla bir nesne alacaksa, nesnelerin dağılımlarının sayısı

$$n(n-1)(n-2)\ \dots\ (n-r+1) = P(n, r)$$

olur. Birinci nesne n kutudan biri-ne, ikinci nesne $(n-1)$ kutudan birine, … şeklinde devam eder.

Eğer her bir kutuya herhangi bir sayıda nesne koyarsak, nesnelerin dağılımlarının sayısı

$$n \cdot n \cdot n \cdot \ldots \cdot n = n^r$$

olur. Her bir nesne, n kutudan birine yerleştirilebilir.

Her bir kutuda herhangi bir sayıda nesne olacaksa ve her bir kutudaki nesnelerin dizilişi de dikkate alınacaksa bu durumda; birinci nesneyi n kutudan birine yerleştirebiliriz. İkinci nesneye, birinci nesnenin sağını ve solunu da hesaba katarsak $n + 1$ kutuya yerleştirebiliriz. Aynı şekilde devam edersek, üçüncü nesneye $n + 2$ farklı yer kalır. Sonuç olarak nesnelerin dizilişi

$$n(n+1)(n+2)\dots(n+r-1)$$

farklı şekilde olabilir. Bunun da

$$\frac{(n-1+r)!}{(n-1)!}$$

olduğunu bulmak hiç de zor değildir.

***r* tane aynı nesneyi *n* farklı kutuya dağıtmak.**

$r \le n$ durumu. Her bir kutunun en çok 1 nesne aldığını farzedelim. Bu durumda n farklı kutudan r kutu seçmeyle nesnelerin dağıtım sayısı bire-bir eşlenir. Böylece dağıtım sayısı $C(n, r)$ olur.

Her bir kutuya herhangi bir sayıda nesne koyduğumuzda ise $C(r + n - 1, r)$ olur.

$r \ge n$ durumu. Her kutuda en az 1 nesne olduğunu farzedelim. Yani hiçbir kutu boş kalmasın. Bu durumda, önce her bir kutuyu istenen şartlarda doldururuz. Sonra kalan $r - n$ tane nesneyi kutula-ra gelişigüzel yerleştiririz. Bu da;

$$C((r-n) + n - 1, r - n) = C(r - 1, r - n)$$

değişik şekilde mümkündür.

Birim katsayılı doğrusal denklemler

Bu konuda bazı doğrusal denklemlerin doğal sayılar ve sayma sayılar kümesinde kaç farklı çözümünün olduğunu bulmayı öğreneceğiz. r tane aynı nesneyi n farklı kutuya dağıtma problemlerine çok benzer. Matematiğin güzelliğine birazdan bir kez daha şahit olacağız. Örneklerle açıklayalım.

Soru. *a, b, c, d sayıları birer sayma sayısıdır. $a + b + c + d = 20$ denklemini sağlayan kaç farklı (a, b, c, d) sıralı dörtlüsü yazılabilir?*

Çözüm: Yan yana 20 tane 1 yazın…

1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

Şimdi canınızın istediği 3 yere birer virgül koyun…

Mesela;

1 1 1 1, 1 1, 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1, 1 1 1

İlk virgülden önce 4 tane 1 var, birinciyle ikinci virgül arasında 2 tane 1 var, ikinciyle üçüncü virgül arasında 11 tane 1 var, son virgülden sonra ise 3 tane 1 var. Anlayacağınız bu 1'ler a, b, c, d'leri simgeleyecek. Yukardaki ayrımda $a = 4$, $b = 2$, $c = 11$ ve $d = 3$'tür. Virgülleri nereye koyarsanız koyun, 1'lerin adedi hep 20 olacak, dolayısıyla a, b, c, d değerlerinin toplamı hep 20 kalacak. O halde bu 3 virgülü kaç değişik şekilde koyabileceğimizi bulmalıyız. Peki, virgül koyma için 20 tane 1 arasında kaç boşluk var? 19 değil mi? 19 boşluktan 3 tanesini seçip, bu boşluklara virgül koyacağız.

Sonuç olarak bu seçim $C(19, 3)$ kadar yapılabilir. O halde $C(19, 3)$ kadar değişik (a, b, c, d) sıralı dörtlüsü yazılabilir.

Şimdi bu çözüm yolundan çıkarak böyle denklemlerin sayma sayıları kümesinde kaç farklı çözümünün olduğunun formülünü bulalım.

$$x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n = m$$

denklemini sağlayan $C(m - 1, n - 1)$ tane sıralı n'li vardır.

Peki ya bazı şartlar olsaydı? Örneğin, çözüm kümesinin elemanlarının 2'den büyük olması gerekseydi, o zaman ne yapacaktık?

Bakalım:

$a = a' + 2$, $b = b' + 2$, $c = c' + 2$, $d = d' + 2$ olsun diyerek $a + b + c + d = 20$ denklemini $a' + b' + c' + d' = 12$ şekline getiririz. Burada a', b', c', d' sayıları 0'dan büyük olmak zorundadır, o halde sayma sayıları kümesindeki çözümün aynısını uygulayarak cevabın $C(11, 3)$ olduğunu bulmak hiç de zor olmayacak.

Soru. *a, b, c, d sayıları birer doğal sayısıdır. $a + b + c + d = 20$ denklemini sağlayan kaç farklı (a, b, c, d) sıralı dörtlüsü yazılabilir?*

Çözüm: Yine yan yana 20 tane 1 yazın… $a = a' - 1$, $b = b' - 1$, $c = c' - 1$, $d = d' - 1$ olsun diyerek $a + b + c + d = 20$ denklemini $a' + b' + c' + d' = 24$ şekline getiririz. Burada a', b', c', d' sayıları -1'den büyük olmak zorundadır, o halde sayma sayıları kümesindeki çözümün aynısını uygulayarak cevabın $C(23, 3)$ olduğunu bulmak hiç de zor olmayacak.

01.
$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 15$ denkleminin
$x_i \geq -10 \ (i = 1, 2, 3, 4)$ olmak üzere tam sayılarla kaç çözümü vardır?

02.
$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \leq 20$ eşitsizliğinin negatif olmayan tam sayılarda kaç çözümü bulunabilir?

03.
$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=20$;
$x_1 + x_2 + x_3 = 7$
denklem çiftinin negatif olmayan tamsayılarla kaç çözümü bulunur?

04.
$xyz = 10^6$ eşitliğini sağlayan kaç (x, y, z) doğal sayı üçlüsü vardır?

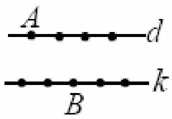
05.

6 farklı mektup, 2 posta kutusuna kaç farklı şekilde atılabilir?

06.
Üç farklı kalem 6 kişiden herhangi üçüne verilecektir.

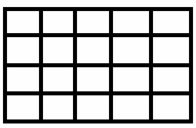
Bu kalemler kaç değişik biçimde dağıtılabilir?

Kombinasyon:
01.
A noktasıyla birlikte 4 noktası olan bir d doğrusu ile B noktası ile birlikte 5 noktası bulunan d'ye paralel bir k doğrusu veriliyor.



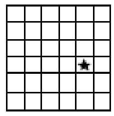
Bu şekildeki 9 nokta;
i. *Kaç farklı doğru belirtir?*
ii. *Kaç farklı üçgen belirtir?*
iii. *Kaç farklı yamuk belirtir?*
iv. *A'dan geçen kaç doğru belirtir?*
v. *A'dan geçen ama B'den geçmeyen kaç doğru belirtir?*
vi. *Bir köşesi A olan kaç üçgen belirtir?*
vii. *A ve B köşelerine sahip kaç üçgen belirtir?*
viii. *Bir köşesi B olan ama A diye bir köşesi olmayan kaç yamuk belirtir?*

02.

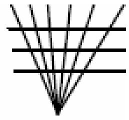


Yukarıdaki şekil, 20 küçük dikdörtgenden oluşmuştur. Şekilde kaç farklı dikdörtgen var?

03.
36 birimkareden oluşturulmuş yandaki karede, içinde yıldız işareti bulunmayan kaç değişik kare vardır?



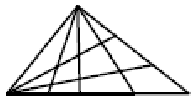
04.
Şekilde paralel olan üç doğru ile bu doğruları kesen 6 noktadaş doğru görülmektedir. Bu 9 doğru bu konumlarıyla kaç farklı üçgen belirtirler?



05.

Birer noktaları ortak d ve k doğruları şekildeki gibi 10 nokta taşımaktadırlar. Köşeleri bu noktalar olan kaç farklı üçgen çizilebilir?

06.
Bir üçgende bir köşeye ait 2, bir başka köşeye ait 3 kesen çizilirse, oluşacak yandaki şekilde kaç farklı üçgen mevcuttur?



07.

. Düzlemde herhangi ikisi paralel olmayan;

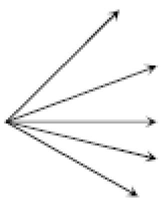
a) 10 farklı doğru en fazla kaç farklı noktada kesişebilir?

b) 10 doğrudan 3 tanesi bir A noktasından geçiyorsa en fazla kaç farklı kesişme noktası olabilir?

08.
Birbirine paralel 4 doğru ile birbirine paralel başka 5 doğru kesiştirilerek en fazla kaç tane paralelkenar elde edilir?

09.

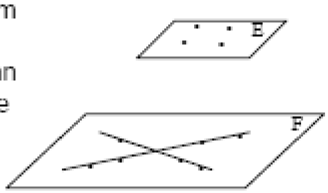
Şekilde verilen 5 ışın kaç tane açı belirtir?



10.

Şekilde verilen 9 nokta ile en fazla kaç farklı üçgen çizilebilir?

11.



Uzayda paralel iki düzlem içinde şekildeki gibi verilen 11 nokta ile taban köşeleri E düzleminde ve tepe noktası F düzleminde olan kaç farklı üçgen piramit çizilebilir?

12.

10 işçi içinden en az iki işçiden oluşan ekipler oluşturulacaktır.

a) Kaç farklı ekip oluşturulabilir?

b) Mert isimli işçi her ekipte şef olarak bulunmak koşuluyla kaç farklı ekip oluşturulabilir?

13.

7 farklı çiçekten, çiçek sayısına göre kaç farklı buket yapılabilir?

14.

Bir çember üzerindeki 10 farklı nokta ile kaç tane çokgen çizilebilir?

15.

{1,2,3,4,5,6,7} rakamlarıyla birbirinden farklı dört basamaklı sayılardan kaç tanesinin herhangi bir basamağında {5} rakamı bulunur?

İpucu:

1 tane 5 rakamı bulunduran dört basamaklı sayılar:

$$\underline{1}.\underline{6}.\underline{6}.\underline{6} + \underline{6}.\underline{1}.\underline{6}.\underline{6} + \underline{6}.\underline{6}.\underline{1}.\underline{6} + \underline{6}.\underline{6}.\underline{6}.\underline{1} = 4.6^3 = \binom{4}{1}.6^3$$

2 tane 5 rakamı bulunduran dört basamaklı sayılar:

$$\underbrace{\underline{1}.\underline{1}.\underline{6}.\underline{6}}_{\frac{4!}{2!.2!}=\binom{4}{2}} \rightarrow \binom{4}{2}.6^2 \text{ tanedir.}$$

16.

{1,2,3,4,5,6,7,8,9} rakamları kullanılarak beş basamaklı birbirinden farklı sayılar yazılacaktır. En az üç basamağında {4} rakamı bulunan kaç sayı yazılabilir?

17.

a) 4 farklı nesne, 1. kutuya 1 pay, 2. kutuya 1 pay ve 3. kutuya 2 pay olacak şekilde kaç farklı dağıtılabilir?

$\binom{4}{1}.\binom{3}{1}.\binom{2}{2} = 12$ farklı dağıtılabilir.

b) 4 farklı nesne, farklı üç kutuya 1 pay, 1 pay ve 2 pay olacak şekilde kaç farklı dağıtılabilir?

$$\binom{4}{1}.\binom{3}{1}.\binom{2}{2}.\frac{3!}{2!} = 36$$

farklı dağıtılabilir.

c) 4 farklı nesne, özdeş üç kutuya 1 pay, 1 pay ve 2 pay olacak şekilde kaç farklı dağıtılabilir?

$\binom{4}{1}.\binom{3}{1}.\binom{2}{2}.\frac{1}{2!} = 6$ farklı dağıtılabilir.

d) 4 özdeş nesne, farklı üç kutuya 1 pay, 1pay ve 2 pay olacak şekilde kaç farklı dağıtılabilir?

Örneğin a,a,a,a nesnelerini üç farklı kutuya dağıtalım;

DAĞITIMLAR	1.KUTU	2.KUTU	3.KUTU
1. dağıtım	a	a	aa
2. dağıtım	a	aa	a
3. dağıtım	aa	a	a

6 farklı nesne, <u>özdeş kutulara</u> dağıtılacaktır.

a) İki kutuya 2 pay, 4 pay şeklinde kaç farklı dağıtılabilir?

b) İki kutuya üçer üçer kaç farklı şekilde dağıtılabilir?

c) Üç kutuya 1 pay, 2 pay, 3 pay şeklinde kaç farklı dağıtılabilir?

d) Üç kutuya ikişer ikişer kaç farklı şekilde dağıtılabilir?

Uyarı

Özdeş kutulara farklı sayıda nesne geldiğinde kutuların özdeşliği bozulur. Eşit sayıda nesne geldiğinde kutuların özdeşliği bozulmaz.

C: a) 15 b) 10 c) 60 d) 15

18.

4 farklı nesne, yeteri kadar bulunan özdeş kutulara kaç farklı şekilde dağıtılabilir?

C: 15

19.

Aynı özellikteki 6 top, mavi ve yeşil renkteki iki kutuya kaç farklı şekilde dağıtılabilir?

Çözüm

OOOOOO/

elemanlarının her farklı sıralanışında farklı bir dağıtım elde edileceğinden;

$\frac{7!}{6!.1!} = \binom{7}{6} = 7$ farklı şekilde dağıtım elde edilir.

Genelleme

n özdeş nesne, r farklı kutuya

$\binom{n+r-1}{r}$

kadar farklı dağıtılabilir. ($n,r\in N^{+}$)

İspat

Nesneler r farklı kutuya dağıtılacağı için
r-1 tane farklı bölüştürme çizgisiyle
n özdeş nesnenin sıralanışlarına bakılır;

$\underbrace{OOO...O}_{n\ tane}$ $\underbrace{///.../}_{r-1\ tane}$ sembolleri $\frac{(n+r-1)!}{n!.(r-1)!}=\binom{n+r-1}{r}$

farklı sıralanır.

Her bir farklı sıralanış farklı bir dağıtıma tekabül ettiğinden;
n tane özdeş nesne, r tane farklı kutuya

$\binom{n+r-1}{r}$ kadar farklı dağıtılabilir.

20.
7 farklı oyuncak üç kardeşe 2 pay, 2 pay ve 3 pay olacak şekilde kaç farklı dağıtılabilir?

21.
9 farklı oyuncak üç çocuk arasında üçer üçer kaç farklı şekilde dağıtılabilir?

22.
6 özdeş oyuncak 3 çocuğa kaç farklı şekilde dağıtılabilir?

23. $1 < a < b < c < 9$ olmak üzere abc şeklinde 3 basamaklı kaç tane sayı yazılabilir?
(C:35)

İpucu: {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8} kümesinden herhangi üçünü seçtiğimizde, rakamlar zaten kendi arasında sıralanmaz mı?

24. $1 \le a \le b \le c \le 9$ olmak üzere abc şeklinde 3 basamaklı kaç tane sayı yazılabilir?
(C:165)

İpucu: a, b, c gibi üç oyuncağı (O O O) 9 kişiye
(8 tane / / / / / / / / ile) dağıtılacak gibi düşünebiliriz.

25. $1 \le a \le b \le c \le 9$ olmak üzere rakamları tek olan kaç tane abcd dört basamaklı sayısı yazılabilir?
(C:175)

Binom Açılımı:

$$(x+y)^n=\sum_{r=0}^{n}\binom{n}{r}.x^{n-r}.y^r=$$

$$\binom{n}{0}.x^n.y^0+\binom{n}{1}.x^{n-1}.y^1+\dots+\binom{n}{r}.x^{n-r}.y^r+\dots+\binom{n}{n}.x^0.y^n$$

$$\binom{n}{r}=\binom{n}{n-r}=\frac{n!}{(n-r)!.r!}$$

$$\binom{n}{0}=\binom{n}{n}=1 \text{ ve } \binom{n}{1}=\binom{n}{n-1}=n$$

$$\binom{n-1}{r-1}+\binom{n-1}{r}=\binom{n}{r}$$

Örneğin yukarıdaki özellik kullanılarak;

$$\left.\begin{array}{l}\binom{8}{2}+\binom{8}{3}=\binom{9}{3}\\ \binom{9}{3}+\binom{9}{4}=\binom{10}{4}\\ \binom{10}{4}+\binom{10}{5}=\binom{11}{5}\end{array}\right\}\binom{8}{2}+\binom{8}{3}+\binom{9}{4}+\binom{10}{5}=\binom{11}{5}$$

olarak bulunur.

$(x+y)^n$ binom açılımında x=y=1 alınırsa;

$$\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\dots+\binom{n}{n}=2^n$$

01.
$\binom{8}{2}+\binom{8}{3}+\binom{9}{4}+\binom{10}{5}+\binom{11}{6}+\dots+\binom{45}{40}$
ifadesinin eşitini bulunuz.

02.
$\binom{99}{5}=a$, $\binom{99}{4}=b$ olduğuna göre $\binom{100}{95}$
kombinasyonunun a ve b türünden eşitini bulunuz.

03.
$(\sqrt[3]{a}-\frac{2}{\sqrt{a}})^{10}$ açılımında $\sqrt[6]{a^5}$ li terimin katsayısı nedir?

04.
$(x^3-y)^{10}$ nin açılımında $kx^m y^3$ biçimindeki terim için (m,k) sıralı ikilisini bulunuz.

05.
(1-2x) $(1+x)^{10}$ polinomunda x^9 lu terimin katsayısı kaçtır?

06. n sıfırdan farklı bir doğal sayı olmak üzere;
$(x^5+\frac{1}{x^{10}})^{3n}$ ifadesinin açılımında sabit terim ne olur?

07. $(\sqrt[6]{2}+1)^6$ açılımında oluşacak 7 terimden ikisi rasyonel sayıdır. Bu iki rasyonel sayının toplamı kaçtır?

08. $\left(\frac{x^2}{y^2}-\frac{y}{x}\right)^9$ açılımında içinde x ve y bulunmayan terim nedir?

09. $\left(\frac{a^4}{8}-\frac{4}{a^2}\right)^8$ ifadesinin açılımında baştan altıncı terim nedir?

10. $(a^3-\frac{1}{a^2})^{10}$ ifadesinin açılımında sabit terim nedir?

11. $(x^2-\frac{1}{x})^{10}$ açılımında baştan kaçıncı terimin derecesi 14 tür?

12. $(x^2-\frac{1}{x})^n$ ifadesinin açılımında beşinci terim sabit olduğuna göre n kaçtır?

13. $(x^3+\frac{a}{x^2})^n$ ifadesinin açılımında baştan 4. terim 80 dir. Buna göre a kaçtır?

14. $(x^2+\frac{1}{x})^{11}$ açılımında x^{10} un katsayısı nedir?

15. $(\sqrt[3]{3}-1)^7$ açılımında rasyonel terimlerin toplamı

16. $(2a-b^2)^9 = \ldots. + 21\,k.\, a^3.\, b^{12} + \ldots$ açılımında k nedir?

17. $(2x-3y+4z)^n$ açılımında

a. $x^2y^3z^4$ lü terimin kat sayısı kaçtır?

b. x^6yz^2 li terimin kat sayısı kaçtır?

18.

$n \in N^+$ olmak üzere, aşağıdaki ifadelerin eşitini bulunuz.

a) $\binom{n}{0}+5.\binom{n}{1}+5^2.\binom{n}{2}+\ldots+5^n.\binom{n}{n}$

b) $\binom{n}{0}-\binom{n}{1}+\binom{n}{2}-\ldots+(-1)^n.\binom{n}{n}$

19.

a) $(a+b)^7$ açılımında kaç terim bulunur?

İpucu: "7 oyuncağı bir / ayıraçla iki çocuğa kaç biçimde dağıtabiliriz?" sorusunu düşünün.Bir benzerlik var mı?

b) $(a^2-2b^3+c)^8$ açılımında kaç terim bulunur?

İpucu: "8 oyuncağı iki tane / / ayıraçla üç çocuğa kaç biçimde dağıtabiliriz?" sorusunu düşünün.Bir benzerlik var mı?

c) $(a^2-2b^3+c)^8$ açılımında $a^4\, b^3c^5$ li terimin katsayısı kaçtır?

20. $(x^2 - 1/x^3 + 2x)^6$ açılımında

a) Varsa sabit terim kaçtır?

b) Varsa x^5 li terimi bulunuz.

$n \in N^+$ olmak üzere, aşağıdaki ifadelerin eşitini bulunuz.

a) $\binom{n}{0}+\binom{n}{2}+\binom{n}{4}+\ldots$

b) $\binom{n}{1}+\binom{n}{3}+\binom{n}{5}+\ldots$

c) $\binom{n}{0}+2.\binom{n}{1}+3.\binom{n}{2}+\ldots+(n+1).\binom{n}{n}$

d) $\binom{n}{1}+2.\binom{n}{2}+3.\binom{n}{3}+\ldots+n.\binom{n}{n}$

20.

$n \in N^+$ olmak üzere

$\binom{n}{0}^2+\binom{n}{1}^2+\binom{n}{2}^2+\ldots+\binom{n}{n}^2$

eşitini bulunuz.

21.

$n \in N^+$ olmak üzere, aşağıdaki ifadelerin eşitini bulunuz.

a) $\binom{n}{0}.\binom{n}{1}+\binom{n}{1}.\binom{n}{2}+\binom{n}{2}.\binom{n}{3}+\ldots+\binom{n}{n-1}.\binom{n}{n}$

b) $\binom{n}{0}.\binom{n}{2}+\binom{n}{1}.\binom{n}{3}+\binom{n}{2}.\binom{n}{4}+\ldots+\binom{n}{n-2}.\binom{n}{n}$

Olasılık:

01.

Bir madeni para 5 kez arka arkaya atılıyor.

Paranın 1 kez yazı, 4 kez tura gelme olasılığı kaçtır?

02.

5 madeni para birlikte atılıyor.

Paralardan birinin tura, diğerlerinin yazı gelme olasılığı kaçtır?

03.

İki zar birlikte atılıyor.

Zarların üst yüzüne gelen sayıların farklı olması olasılığı kaçtır?

04.

İki zar atılıyor.

Üst yüze gelen sayıların toplamının 4 ün katı veya 10 dan büyük olma olasılığı kaçtır?

05.

Rastgele atılan 4 madeni paradan ikincisinin tura geldiği bilindiğine göre, paraların ikisinin yazı, ikisinin tura gelmiş olma olasılığı kaçtır?

06.

$(1 + x)^6$ açılımındaki terimlerden ikisi rastgele seçiliyor. Seçilen terimlerin kat sayıları toplamının 21 olma olasılığı nedir?

07.

Bir çift zar atma deneyinde, zarlardan birinin 2 geldiği biliniyorsa, diğer zarda tek sayı olma olasılığı nedir?

08.

Bir torbada 3 beyaz, 4 siyah, 5 kırmızı top vardır. Torbadan arka arkaya geri atılmamak şartıyla 3 top çekiliyor. **İkisinin siyah, birinin kırmızı çıkma olasılığı kaçtır?**

09.

Bir kutudaki 10 ampülden 2 si bozuktur. **Bu kutudan rastgele alınan üç ampülden birisinin bozuk olma olasılığı kaçtır?**

10.

Bir torbada 3 beyaz, 6 kırmızı top vardır.

Rastgele çekilen iki topun da aynı renkte olma olasılığı kaçtır?

11.

A = {a, b, c, d, e} kümesinin üç elemanlı alt kümelerinden bir rastgele yazılıyor. **c, d, e elemanlarından en çok ikisinin bulunduğu bir küme olma olasılığı kaçtır?**

12.

İki madeni para ve iki zar birlikte atılıyor.

Paralardan en az birinin yazı ve zardaki sayıların toplamının 4 ten küçük olma olasılığı kaçtır?

13.

Bir torbada 4 kırmızı, 5 beyaz top vardır. Torbadan bir top çekiliyor ve bir para atılıyor.

Paranın yazı veya topun kırmızı olma olasılığı kaçtır?

14.

A torbasında 3 yeşil, 4 kırmızı; B torbasında 2 yeşil, 1 kırmızı top vardır. A dan bir top alınıp rengine bakılmadan B ye atılıyor.

Bundan sonra B den rastgele bir top çekildiğinde topun yeşil olma olasılığı kaçtır?

15.

Her birinde 4 sarı, 3 kırmızı top bulunan iki torbanın birincisinden bir top alınıp ikincisine ve sonra da ikincisinden bir top alınıp birincisine konulduğunda renk bakımından ilk durumu elde etme olasılığı kaçtır?

16.

A torbasında 3 sarı, 5 mor; B torbasında 2 sarı, 3 mor top vardır. Bir zar atılıyor. Zar 3 ten küçük gelirse A torbasından, gelmezse B torbasından bir top çekiliyor.

Buna göre, çekilen topun sarı olma olasılığı kaçtır?

17.

Bir soruyu Seden'in çözebilme olasılığı 3/5, Agah'ın çözebilme olasılığı 2/7 dir. **İkisi beraber çalışırsa sorunun çözülebilme ihtimali kaçtır?**

18.

Bir avcının bir hedefi vurma ihtimali 3/5 tir. **Bu hedefe atış yapan bir avcının hedefi dördüncü atışta vurması olasılığı kaçtır?**

19.

Bir avcının bir hedefi vuramama olasılığı 3/4 tür.

Beş atış yapan avcının üçünü vurma olasılığı kaçtır?

20.

Bir madeni para 7 kere arka arkaya atılıyor.

Paranın 3 kere tura gelme olasılığı kaçtır?

21.

Bir öğrencinin bir soruyu çözebilme olasılığı 2/3 tür.

Aynı zorluk derecesinde 4 soruyla karşılaşan öğrencinin bu sorulardan 3 ünü çözebilme olasılığı kaçtır?

22. Elimizde üç torba bulunuyor.
1. torbada 4 kırmızı 5 mavi, 2. torbada 3 kırmızı 4 mavi,3. torbada 2 kırmızı 2 mavi top vardır.Rasgele seçilen bir torbadan rasgele bir top çekiliyor. Eğer top mavi ise, bu topun 2. torbadan gelmesi olasılığını bulunuz?

23. Bir okuldaki öğrencilerin %30 u gözlüklü, %20 si sarışın ve %5 i de hem sarışın hem de gözlüklü öğrencilerden oluşmaktadır. Bu okuldan rasgele bir öğrenci seçiliyor.
a. Öğrenci sarışın ise gözlüklü olma olasılığı,
b. Öğrenci gözlüklü ise sarışın olma olasılığı,
c. Öğrencinin gözlüklü ya da sarışın olması olasılığını bulunuz?

24. Bir sınıfta matematik dersinden Mehmet'in 5 alabilme olasılığı 1/5 iken, Emircan'ın 5 alabilme olasılığı 2/3 tür.
Buna göre,
a. Her ikisinin de matematikten 5 alabilmesi olasılığı,
b. En az birinin matematikten 5 alabilmesi olasılığı,
c. İkisinin de matematikten 5 alamama olasılığı,
d. Sadece Emircan'ın 5 alabilme olasılığını bulunuz?

25. Bir A torbasında 5 mavi ve 7 sarı, B torbasında 7 mavi ve 5 sarı bilye vardır. Bir madeni para havaya atılıyor; üst yüze yazı gelirse A torbasından, tura gelirse B torbasından bir bilye çekiliyor. Çekilen bu bilyenin mavi renkli olması olasılığı nedir?

26. 1 den 100 e kadar olan sayılar arasından seçilen iki sayıdan birinin diğerinin iki katı olması olasılığı nedir?

(Bu dosyayı http://www.ifl.k12.tr/projedosyalar/dosyalar.htm *adresinden indirebilirsiniz.)*

İzmir Fen Lisesi Matematik Zümresi Mayıs-2010