

İFL İkinci Derece Denklem ve Fonksiyonlar Çalışma Soruları (2009-2010)

A) İkinci Derece Denklemler:

1) Aşağıdaki denklemlerin çözüm kümelerini bulunuz.

a) $abx^2 + (3a^2 + b^2)x - 6a^2 - ab + 2b^2 = 0$

b) $(a^2 + ab - 2b^2)x^2 - 3b^2x - a^2 + ab + 2b^2 = 0$

C: a) $x_1 = (2a-b)/b$, $x_2 = -(3a+2b)/b$

b) $x_1 = (a^2 - 4b^2)/(a^2 + ab - b^2)$, $x_2 = (b^2 - a^2)/(a^2 + ab - b^2)$

2) Aşağıdaki sorularda istenenleri bulunuz.

a) $6x^2 + 13x + n^2 + 2n - 2 = 0$ denkleminin bir kökü $-3/2$ ise n yi ve diğer kökü bulunuz.

b) $mx^2 - x + 1 = 0$ denkleminin köklerinin varlığını m parametresine göre inceleyiniz.

c) $nx^2 - 4x + n = 3$ denkleminde n kaç olmalıdır tek bir reel kökü (=kökleri çakışık=iki katlı kökü=ifade tam kare) olsun.

3) Aşağıdaki denklemlerde verilen şartları sağlayan n parametre değerlerini bulunuz, sonra denklemleri çözünüz

a) $nx^2 - x + 2n - 3 = 0$, $x_1 = 3$

b) $(2n+1)x^2 + nx + n = 4(nx+2)$, $x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2$

c) $3x^2 + n(x-2) + 1 = 0$, $x_1 \cdot x_2 = 1$

d) $x^2 = 5x - 3n + 3$, $|x_1 - x_2| = 11$

4) $(2n-3)x^2 + (5-3m)x + 7n = 4$ denklemi ile

$(n-1)x^2 - (m+3)x + 10 = 0$ denkleminin çözüm kümesi eşit ise

(m,n) ikililerinin çözüm kümesini bulunuz.

C: $\{(4,2), (4,17/7)\}$

B) Polinom Denklemlerin Kök-Katsayı Bağlılıları:

1) $3x^2 + (m-2)x + m + 1 = 0$ denkleminin simetrik (=mutlak değerce eşit ve zıt işaretli) iki kökü varsa kökler çarpımı kaçtır?

2) $2x^2 - 3x + m = 0$ ve $3x^2 - 4x + 2m = 0$ denkleminin birer kökü ortak ise m kaçtır?

3) $ax^2 + (a-1)x + a - 2 = 0$ denkleminde kökler arasında

$\frac{2}{x_1 + 3} + \frac{2}{x_2 + 3} = \frac{3}{2}$ bağıntısı varsa a kaç olmalıdır? Sonra

denklemleri çözünüz.

4) $x^2 - 8x + 5m = 0$ denkleminde $x_1 = 2x_2 - 1$ bağıntısı varsa m kaç olmalıdır?

5) $3x^2 - 2x + 3 - 3x^2 - 2x + 2 + 3x^2 - 2x + 1 = 189$ denkleminin

kökleri x_1 ve x_2 olduğuna göre $(3x_1 - 1)(3x_2 - 1)$ çarpımının sonucu kaçtır?

6) $3x^2 - (-1-2m)x + m + 3 = 0$ denkleminin kökleri arasında m ye bağlı olmayan bağıntıyı bulunuz.

7) $x^2 - x = 1$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ise kökleri bulmadan;

a) $(x_1^2 + x_1 + 1)(x_2^2 + x_2 + 1)$ ifadesini hesaplayınız.

b) Kökleri $x_1 + 2x_2, x_2 + 2x_1$ olan denklemi kurunuz.

c) Kökleri $2x_1 - 3x_2, 2x_2 - 3x_1$ olan denklemi kurunuz.

d) Kökleri $x_1^2 - x_2, x_2^2 - x_1$ olan denklemi kurunuz.

8) $x^2 + px + q = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 dir. $x_1 = 2x_2$ olması için p ile q arasındaki bağıntıyı bulunuz.

C: $2p^2 = 9q$

9) $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 olsun.

$S_n = x_1^n + x_2^n$ olmak üzere; $aS_n + bS_{n-1} + cS_{n-2} = 0$

olduğunu ispatlayınız. Bundan faydalanarak aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) $x^2 - x - 3 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 olmak üzere; denklemi çözmeden

i) $x_1^2 + x_2^2$ ii) $x_1^3 + x_2^3$ iii) $x_1^4 + x_2^4$ iv) $\frac{1}{x_1^5} + \frac{1}{x_2^5}$

toplamlarını bulunuz.

b) $x + \frac{1}{x} = 3$ olmak üzere;

i) $x^2 + \frac{1}{x^2}$ iii) $x^3 + \frac{1}{x^3}$ iii) $x^4 + \frac{1}{x^4}$ iv) $x^5 + \frac{1}{x^5}$ ifadelerini

hesaplayınız.

c) $(3-2\sqrt{2})^6 + (3+2\sqrt{2})^6$ işleminin sonucunu (parantezleri açmadan) bulunuz.

d) $2008x^2 + 2007x = 2006$ denkleminin kökleri x_1, x_2 olduğuna göre;

$\frac{2008(x_1^{2006} + x_2^{2006}) + 2007(x_1^{2005} + x_2^{2005})}{x_1^{2004} + x_2^{2004}}$ oranı

kaçtır?

İpucu: $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminde önce x_1 değeri koyup,

sonra x_2 değeri koyunuz. Sonra 1. denklemi x_1^{n-2} ile 2.

denklemleri de x_2^{n-2} çarpıp taraf tarafa toplayınız.

- C: a) i) 7 ii) 10 iii) 31 iv) 61
 b) i) 7 ii) 18 iii) 47 iv) 123
 c) 39202 d) 2006

10) $(a-b)x^2 - 10(a+b)x + a - b$ ifadesinin tam kare olması için a ile b arasındaki bağıntıyı bulunuz.

C: $100b = 3(a^2 + b^2)$

11) $4x^2 + 4x + m + 3 = 0$ denkleminde m kaç olmalıdır ki; köklerden birisi diğerinin iki katı olsun? m yi bulduktan sonra denklemini çözünüz.

12) $3x^2 - 12x + 5 = 7a$ denkleminde a kaç olmalıdır ki; köklerden birisi diğerinin n katı olsun?

C: $(5n^2 - 38n + 5) / 7(n+1)^2$

13) $x^2 = x + 1$ denkleminin kökleri x_1, x_2 olduğuna göre;

$\frac{2x_1 + 3}{3x_1 + 2} + \frac{2x_2 + 3}{3x_2 + 2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

C: 13

14) Kökleri x_1, x_2 olan v kökleri arasında;

$4x_1x_2 - 5(x_1 + x_2) + 4 = 0$ ve $(a+1)(x_1-1)(x_2-1) = 1$ bağıntılarını sağlayan ikinci derece denklemi kurunuz.

C: $9(a+1)x^2 + 4x - 9a - 4 = 0$

15) $x^2 - px + q = 0$ denkleminin kökleri α, β ve

$3x^2 - qx + 1 = 0$ denkleminin kökleri de $(1-\alpha)/\alpha, (1-\beta)/\beta$ olduğuna göre (p,q) ikililerini bulunuz.

C: $\left\{ \left(\frac{-1-2\sqrt{7}}{3}, -2-\sqrt{7} \right), \left(\frac{-1+2\sqrt{7}}{3}, -2+\sqrt{7} \right) \right\}$

16) $x^2 + (m+n-10)x + (2m-n+5) = 0$ denkleminin kökleri toplamı ile çarpımı olan sayılar kendi aralarında asal ve köklerin tersleri toplamı $5/6$ ise m kaçtır? (1979 ÜSS)
 C: 2

17) Bir bilinmeyenli bir ikinci derece denkleminin birbirinden farklı olan kökleri x_1, x_2 kökleri;

$x_1(x_2-1) - x_2 = m+2$ ve $x_2(2x_1+1) + x_1 = 1-m$ bağıntılarını sağlamaktadır. Bu köklerin bir reel sayı olabilmesi için m ne olmalıdır? (1980 ÜSS)

C: $m < -3$ veya $m > 1$

18) $x^2 + bx + c = 0$ denkleminin bir kökü 2,

$x^2 + dx + e = 0$ denkleminin bir kökü -4 tür.

Birinci denklemin diğer kökü, ikinci denklemin diğer kökünün 3 katı ise e/c oranı kaçtır?

19) Aşağıdaki ikinci derece denklemlerin kökleri x_1 ve x_2 olduğuna göre, kökleri yanlarında verilen denklemleri kurunuz.

a) $x^2 + x - 3 = 0, \{x_1+3, x_2+3\}$

b) $2x^2 - 3x - 5 = 0, \left\{ \frac{1}{x_1-2}, \frac{1}{x_2-2} \right\}$

c) $3x^2 - x - 2 = 0, \left\{ \frac{1}{x_1} - x_2, \frac{1}{x_2} - x_1 \right\}$

20) $x^3 - 15x^2 + mx = 105$ denkleminin kökleri bir aritmetik dizi oluşturması için m kaç olmalıdır? Sonra denklemini çözünüz.

C: $m = 71, \{3, 5, 7\}$

21) $8x^3 - 52x^2 + 78x - 9(m-1) = 0$ denkleminin kökleri bir geometrik dizi oluşturması için m kaç olmalıdır? Sonra denklemini çözünüz.

C: $m = 4, \{1/2, 3/2, 9/2\}$

22) $mx^3 - 13x^2 + 27x - 18 = 0$ denkleminin kökleri bir

harmonik dizi oluşturması için m kaç olmalıdır? Sonra denklemini çözünüz.

C: $m = 2, \{3/2, 2, 3\}$

23) $x^3 - 17x^2 + ax + b = 0$ denkleminin kökleri arasında;

$x_1 \cdot x_2 = x_3$ bağıntısı olması için a ile b arasındaki bağıntıyı bulunuz.

C: $324b + (a-b)^2 = 0$

24) $2x^3 - x^2 - 7x - 3 = 0$ denkleminin köklerinden ikisinin toplamı 1 ise denklemin çözüm kümesini bulunuz.

25) $x^3 - 6x - 4 = 0$ denkleminin köklerinden biri diğer ikisinin çarpımına eşit olduğuna göre denklemini çözünüz.

26) $x^3 + mx + 1 = 0$ denkleminin kökleri arasında

$x_1 = \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}$ olduğuna göre m yi bularak denklemini

çözünüz.

27) $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri arasında;

$x_1 + x_2 + x_3 = 2$

$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 14$

$x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 20$ bağıntıları varsa a, b ve c katsayılarını ve denklemin çözüm kümesini bulunuz.

C) İkinci Derece Denkleme Dönüştürülebilen Denklemler:

Aşağıdaki denklemleri çözünüz.

$$1) \frac{4}{x^2-3x} + \frac{3}{x^2-3x+5} = \frac{8}{x^2-3x+2}$$

$$2) (x+1)(x-2)(x-3)(x-6)=64$$

$$C: \{(5-\sqrt{65})/2, (5+\sqrt{65})/2\}$$

$$3) x^4 - 7x^2 + 12 = 0$$

$$4) 4^x + 2^{x+1} = 24$$

$$5) (x - \frac{1}{x})^2 + 5 = 2x^2 + \frac{2}{x^2}$$

$$6) (3x-4)^{2x^2+2} = (3x-4)^{5x}$$

$$C: a) \{-2, -\sqrt{3}, \sqrt{3}, 2\} b) \{2\}$$

$$c) \{\frac{1-\sqrt{5}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2}, \frac{-1+\sqrt{5}}{2}, \frac{-1-\sqrt{5}}{2}\}$$

$$d) \{4/3, 5/3, 2\}$$

$$7) (x^2-5x+6)^2 - (2x^2-5x+1)^2 = 0$$

$$8) \frac{x^2+1}{x} + \frac{x}{x^2+1} = \frac{29}{10}$$

$$9) \sqrt{x+2} - \sqrt[4]{x+2} = 6$$

$$10) x^3 - 7x^{3/2} = 8$$

$$11) 4x^{-4} - 17x^{-2} + 4 = 0$$

$$12) (x + \frac{1}{x})^2 - \frac{7}{2}(x + \frac{1}{x}) = 2$$

$$13) 2.7^{3x} - 5.49^{3x} + 3 = 0$$

$$14) 3(x^2 + \frac{1}{x^2}) - 7(x + \frac{1}{x}) = 0$$

$$15) (x^2-2x-5)^2 - 2(x^2-2x-3)-4=0$$

$$16) \frac{3}{x^2+x+1} = 3-x-x^2$$

$$17) \frac{x^2-x}{x^2-x+1} - \frac{x^2-x+2}{x^2-x-2} = 1$$

$$18) \frac{1}{x^2-3x+3} + \frac{2}{x^2-3x+4} = \frac{6}{x^2-3x+5}$$

D) Polinom Denklemler:

Aşağıdaki denklemlerin çözüm kümelerini bulunuz.

$$1) 2x^5 + 2x^4 - 40x^3 - 2x^2 - 2x + 40 = 0$$

$$2) 2x^5 - x^4 - 13x^3 + 17x^2 - 15x + 18 = 0$$

$$3) 6x^4 + 5x^3 - 38x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$C: a) \{-5, 1, 4\} b) \{-3, 3/2, 2\} c) \{-3, -1/3, 1/2\}$$

4) Aşağıdaki denklemlerin çözüm kümelerini bulunuz.

$$a) (49x-x^3)(2007x^2-x+2006)=0$$

$$5) x^3 + 4x^2 = 24$$

$$6) x^3 - 3x^2 - 3x + 9 = 0$$

$$7) (6x^2-5x-4)^2 + (10x^2-29x+21)^2 = 0$$

$$8) \frac{(x+3)(x+2)(x+1)}{(3-x)(2-x)(1-x)} = -35$$

E) Mutlak Değerli Denklemler:

Aşağıdaki denklemlerin çözüm kümelerini bulunuz.

Aşağıdaki denklemlerin çözüm kümelerini bulunuz.

$$1) x^3 + |x| = 0$$

$$2) (|x|-1)(|x|+1) = -1/2$$

$$3) |3+2x-x^2| = 2$$

$$4) |x-x^2-1| = |2x-x^2-3|$$

$$5) \frac{|x^2-4x|+3}{x^2+|x-5|} = 1$$

F) Köklü Denklemler:

Aşağıdaki denklemlerin çözüm kümelerini bulunuz.

$$1) \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} = 6$$

$$2) \frac{4}{\sqrt[3]{x+2}} + \frac{\sqrt[3]{x+3}}{5} = 2$$

$$3) \frac{3}{\sqrt{x+1}+1} + 2\sqrt{x+1} = 5$$

$$4) 5) \sqrt{\frac{2x+1}{x-1}} - 2\sqrt{\frac{x-1}{2x+1}} = 1$$

$$6) \sqrt[3]{16-x^3} = 4-x$$

$$7) \sqrt{9-5x} = \sqrt{3-x} - \frac{6}{\sqrt{3-x}}$$

$$8) \frac{4}{x + \sqrt{x^2+x}} - \frac{1}{x - \sqrt{x^2+x}} = \frac{3}{x}$$

$$9) \sqrt{x+\sqrt{x+11}} + \sqrt{x-\sqrt{x+11}} = 4$$

$$11) \sqrt{1+x\sqrt{x^2+24}} = x+1$$

$$12) \frac{\sqrt[7]{12+x}}{x} + \frac{\sqrt[7]{12+x}}{12} = \frac{64}{3} \cdot \sqrt[7]{x}$$

$$13) \sqrt{x+2} + \sqrt{2x-3} = 3$$

$$14) \sqrt{x+4} - \sqrt{x-4} = \sqrt{x-1}$$

$$15) \sqrt{x+5} + \sqrt{x-2} = \sqrt{x+14} + \sqrt{x-7}$$

$$16) \sqrt{2x + \sqrt{6x^2 + 1}} = x + 1$$

$$17) \sqrt{3x^2 - 2x + 15} + \sqrt{3x^2 - 2x + 8} = 7$$

$$18) x^2 - 6x - \sqrt{x^2 - 6x - 3} = 5$$

$$19) \sqrt{\sqrt{x+16} - \sqrt{x}} = 2$$

$$20) \sqrt{x+2} + \sqrt{x-1} + \sqrt{x-2} + \sqrt{x-1} = x-1$$

G) Denklem Sistemleri:

Aşağıdaki denklem sistemlerini çözünüz.

$$1) \begin{cases} \sqrt{2x} - \sqrt{3y} = 2 \\ 2x - 3y = 12 \end{cases}$$

$$C: \{(8, 4/3)\}$$

$$2) \begin{cases} x + y = 8 \\ x^2 + xy + y^2 = 52 \end{cases}$$

$$C: \{(2, 6), (6, 2)\}$$

$$3) \begin{cases} \frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = 5/2 \\ x^2 + y^2 + y = 9 \end{cases}$$

$$C: \{(3, -1), (-3, -1), (27/10, 9/10), (-27/10, 9/10)\}$$

$$4) \begin{cases} xy + \frac{1}{xy} + \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 13 \\ xy - \frac{1}{xy} - \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 12 \end{cases}$$

$$C: \{(2, 5), (1/2, 5), (-2, -5), (-1/2, -5)\}$$

$$5) \begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 + b^2 \\ x^2 + xy = a^2 + ab \end{cases}$$

$$C: \{(a, b), (-a, -b), (\frac{a+b}{\sqrt{2}}, \frac{a-b}{\sqrt{2}}), (\frac{-a+b}{\sqrt{2}}, \frac{-a-b}{\sqrt{2}})\}$$

$$6) \begin{cases} x^2 + y^2 = 40 \\ xy = z \\ x + y = 8 \end{cases}$$

$$C: \{(2, 6, 12), (6, 2, 12)\}$$

$$7) \begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 37 \\ x^2 + xz + z^2 = 28 \\ y^2 + yz + z^2 = 19 \end{cases}$$

$$C: \{(\pm 4, \pm 3, \pm 2), (\pm 10/\sqrt{3}, \pm 1/\sqrt{3}, \pm 8/\sqrt{3})\}$$

H) Eşitsizlikler:

Aşağıdaki eşitsizlik veya eşitsizlik sistemlerinin çözüm kümelerini bulunuz.

$$1) \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - x - 2} - \frac{x^2 - x - 2}{x^2 + x - 2} > \frac{3x}{x^2 - 4}$$

$$C: (-\sqrt{5}, -2) \cup (-1, 0) \cup (1, 2) \cup (\sqrt{5}, \infty)$$

$$2) \frac{x^2 - 3x - 2}{2x^2 - 3x} \geq 0$$

$$\frac{4x^2 - 12x + 5}{x^2 - 5x + 4} < 0$$

$$C: (1/2, 1) \cup (\frac{3+\sqrt{17}}{2}, 4)$$

$$3) \sqrt{2x+1} - \sqrt{x-8} > 3$$

$$C: (8, 12) \cup (24, \infty)$$