İFL GEOMETRİK KAVRAMLAR VE ÇALIŞMA SORULARI

(Eylül-2011)

Terim, Geometrik Terim, Tanımsız Terim, Önerme, Aksiyom (Postülat), Teorem (Hipotez ve Hüküm), İspat:

Bir bilim dalında özel anlamı olana kelimelere ***terim*****,**

geometriye ait terimlere ***geometrik terim***,

tanımlamaya gerek duyulmayan, örneklerle sezgisel olarak kavranan terimlere ***tanımsız terim***,

doğru ya da yanlış bir hüküm bildiren ifadelere **önerme,**

bir önermenin doğruluğunu göstermeye önermenin **ispatı**,

ispatına gerek duyulmadan doğruluğu kabul edilen önermelere ***aksiyom (postülat)*****,**

doğruluğu ispatlanabilen önermelere ***teorem,***
(bir teoremi p ve q birer önerme olmak üzere
$p \Rightarrow q$ veya $p \Leftrightarrow q$ biçiminde ifade edebiliriz)

$p \Rightarrow q$ biçiminde ifade edilebilen bir teoremdeki p önermesine ***hipotez(varsayım)***, q önermesine de ***hüküm*** denir.

Not: Teoremleri ispatlarken çeşitli yöntemler kullanılabilir.

a) Doğrudan İspat

b) Dolaylı ispat
i) Olmayana Ergi
ii) Çelişki
iii) Aksine örnek verme … gibi.

c) Tümevarım

d) Tümden gelim … gibi.

Örnek:
Basınç, iş, enerji, elektrik akımı,… **fiziksel terim**

Periyodik cetvel, çözelti, metal, ametal, pH, …**kimyasal terim**,

Nokta, doğru, doğru parçası, ışın, çokgen, çember, elips, hiperbol, küre, … **geometrik terim**lerdir.

Nokta, doğru, düzlem, uzay, …gibi terimleri **tanımsız terim**lere örnek olarak verebiliriz.

Örnek:
"Üçgenin iç açıları toplamı 180° dir." ifadesi **doğru önerme**dir.

"Bir dörtgenin 4 köşegeni vardır." ifadesi **yanlış önerme**dir.

Örnek:
"Farklı iki noktadan sadece bir doğru geçer"

"Her üçgen kendisine eştir"

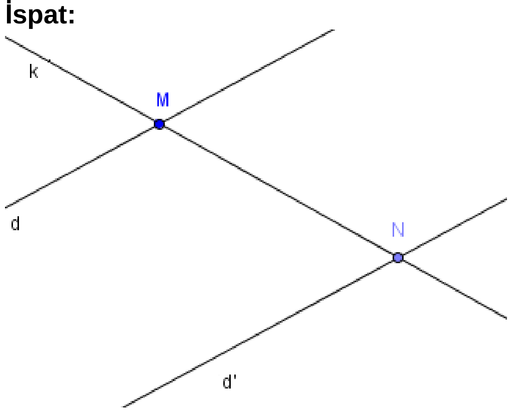
"Eş doğru parçalarının uzunlukları eşittir"

"Bir doğrunun dışındaki bir noktadan sadece bir doğru çizilebilir. (**Paralellik aksiyomu**)"

ifadelerinin her biri **aksiyom**dur.

Örnek:
Teorem: Düzlemde paralel olan iki doğrudan birini kesen bir doğru diğerini de keser.

İspat:



d//d' ve d ile k doğrusu M de kesişsin.

k doğrusunun d' yü kesmediğini varsayalım.

Bu durumda k//d' olduğu sonucu çıkar ki bu da yukarıda ifade edilen "Bir doğrunun dışındaki bir noktadan sadece bir doğru çizilebilir. (**Paralellik aksiyomu**)" ile çelişir.

O halde k doğrusu d' doğrusunu N gibi bir noktada kesmek zorundadır.

Örnek:

Bir düzlemde verilen 5 nokta
a) En az kaç doğru belirtir.
b) En çok kaç doğru belirtir

Çözüm:
a) 5 nokta aynı doğru üzerinde olduğu düşünülürse en az 1 doğru belirtir.

b) Farklı iki nokta bir doğru belirttiğine göre; 5 noktadan 2 şerli kaç grup (alt küme) seçebileceğimizi düşünürüz, yani $C(5, 2) = \frac{5!}{2!.3!} = 10$ tane belirtir.

Örnek:
Bir düzlemde 5 tane dikdörtgen ve 6 tane de çember veriliyor. Bu geometrik şekillerin (sonlu sayıda) kesişmeleri durumunda en çok kaç nokta elde edilir?

Çözüm:

1. Durum (Dikdörtgenlerin kendi arasında kesişmesi):

Herhangi iki dikdörtgen en çok 8 noktada kesişebileceğinden; 8.C(5,2) = 8.10 = 80

2. Durum (Çemberlerin kendi arasında kesişmesi): Herhangi iki çember en çok 2 noktada kesişebileceğinden; 2.C(6,2) = 2.15 = 30

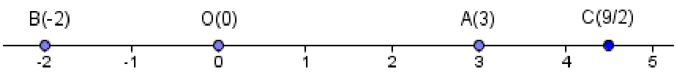
3. Durum (Bir dikdörtgen ile bir çemberin kesişmesi): Bir dikdörtgen ile bir çember de en çok 8 noktada kesişebileceğinden; 8.C(5,1).C(6,1) = 8.5.6 = 240

Olup toplam 80+30+240=350 nokta bulunur.

Cetvel Aksiyomu:
Bir doğrunun noktalarıyla reel sayılar arasında, her noktaya sadece bir reel sayı, karşıt olarak ta her reel sayıya doğru üzerinde sadece bir nokta karşılık gelir.

Not 1: Cetvel aksiyomuna göre her noktasına reel sayı eşlenmiş doğruya **sayı doğrusu** (veya **koordinat ekseni)** denir.

Not 2: Doğru üzerindeki herhangi bir nokta P, bu noktaya karşılık gelen reel sayı x olsun, buradaki x sayısı P noktasının ***koordinatı*** denir ve bu eşleme **P(x)** biçiminde gösterilir.



Yukarıda sayı doğrusu ve bazı noktaların koordinatları görülüyor.

Aksiyom:
Bir doğru üzerinde iki noktaya karşılık gelen reel sayılar verildiğinde sadece bir tane koordinat ekseni seçilebilir.

Örnek:

Yukarıdaki şekilde K(-2) ve L(3) noktaları verildiğine göre;

a) Koordinat eksenini bulalım;

b) Bu koordinat ekseninde A(5);

c) B(11/3)

d) C($\sqrt{12}$)

e) D(3 - $\sqrt{24}$) noktalarını çizimle bularak işaretleyelim.

Çözüm:

a) Koordinat eksenini bulmak demek O(0) başlangıç noktasıyla 1 apsisli (mesela M(1)) noktasını bulmak demektir.

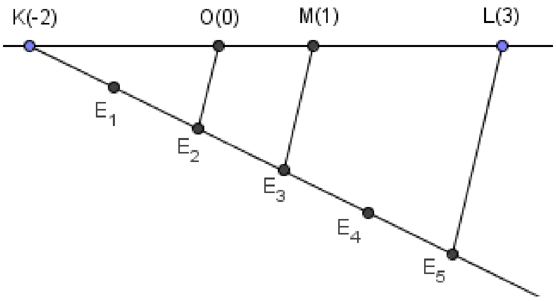
$|KL| = |5-(-3)|$ = 5 birim olduğundan, K dan geçen rastgele bir ışın çizelim.

Pergelimizi istediğimiz kadar açıp K dan itibaren ardarda 5 defa çember çizip ışınla kesişim noktaları olan E_1 ,E_2 , E_3 , E_4 , E_5 noktalarını işaretleyelim.

[E_5 L] nı çizelim.

E_3 den E_5L doğrusuna çizilen paralelin sayı doğrusunu kestiği nokta **M(1)** ve

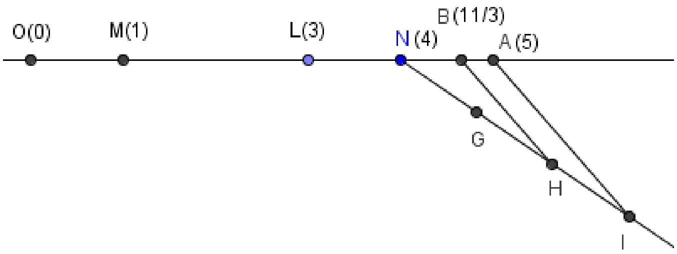
E_2 den E_5L doğrusuna çizilen paralelin sayı doğrusunu kestiği nokta da **O(0)** başlangıç noktasıdır.



b)

Koordinat ekseninde $|OM|$=1 birim olduğundan, sayı doğrusunda L den itibaren 2 birim alarak A(5) noktasını buluruz.

c) $\frac{11}{3} = 3 + \frac{2}{3}$ dür.

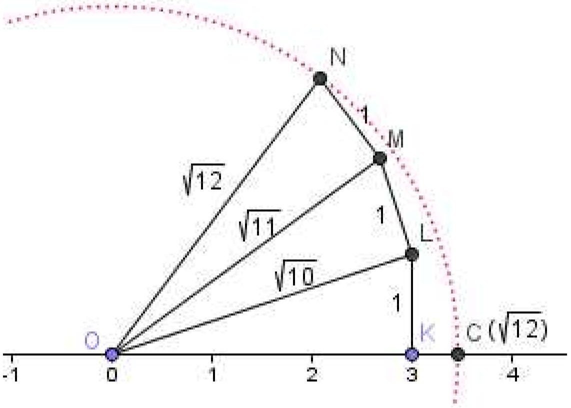


Yukarıdaki şekle dikkatlice bakarak B(11/3) noktasının çizimle nasıl bulunduğunu görerek, ifade ediniz.

d)

1. Yol: $\sqrt{3^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{12}$ olduğunu göz önüne alalım.

Aşağıdaki şekle dikkatlice bakarak C($\sqrt{12}$) noktasının çizimle nasıl bulunduğunu görerek, ifade ediniz.



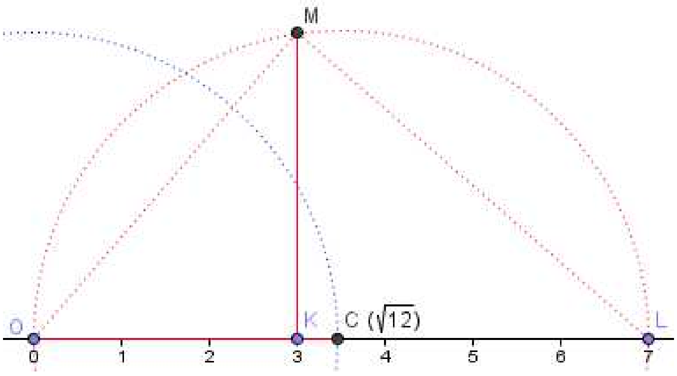
2. Yol:
Aşağıdaki şekilde önce K(3), L(7) noktalarını işaretleyelim.

[OL] çaplı çember ile K dan OL ye çıkılan dikmenin kesişim noktasına M diyelim.

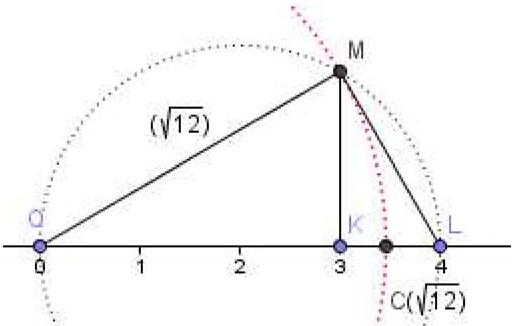
OML üçgeni dik üçgen midir?

Dik üçgende $|KM|^2=|OK|.|KL|$ değil midir? (Öklit bağıntısı)

O merkezli $|KM|$ yarıçaplı mavi renkli (soldaki) çemberin sayı doğrusunu kestiği nokta C($\sqrt{12}$) dir.



3. Yol:



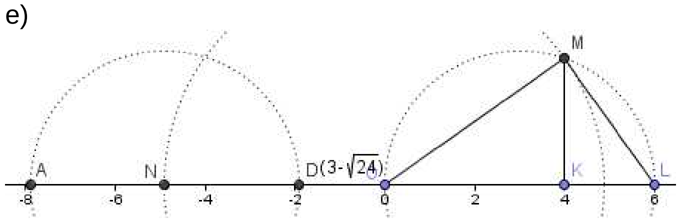
O(0), K(3) ve L(4) noktalarını alalım.

[OL] çaplı çemberi çizelim.

K dan OL doğrusuna çıkılan dikme ile çemberin kesişim noktasına M diyelim.

Gerisini de siz düşünün…!

e)



Yukarıdaki şekle dikkatlice bakınız. D(3-$\sqrt{24}$) noktasının çizimle nasıl bulunduğunu görerek, ifade ediniz.

Problemin çözüm dosyası; **uc_eksi_karekok_24.ggb** dir.

Mutlak Değer:
x bir reel sayı olmak üzere;

$$|x| = \begin{cases} -x \;, & x < 0 \text{ ise} \\ x \;, & x \geq 0 \text{ ise} \end{cases}$$

biçiminde tanımlanan $|x|$ değerine; "**x sayısının mutlak değeri** denir."

Örnek:
a) $|5|=|-5|=5$ tir.

b) $|x|=7$ ise x = -7 veya x=7 dir.

c) $|3x-13|=5$ denklemini çözelim.

Çözüm:

3x-13 = -5 veya 3x-13 = 5 olmalı.

3x=13-5=8 veya 3x=13+5=18

Buradan da çözüm kümesi Ç={ 8/3, 6 } bulunur.

d) $|4x^2 - 19| = 17$ denkleminin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm:
$4x^2 - 19 = -17$ veya $4x^2 - 19 = 17$

$4x^2 = 2$, $4x^2 = 36$

$x^2 = 1/2$, $x^2=9 \Rightarrow$ Ç={$-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$, -3, 3 } bulunur.

e) $|2x-3| \leq 7$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm:

$|2x-3| \leq 7 \Rightarrow -7 \leq 2x-3 \leq 7 \Rightarrow -4 \leq 2x \leq 10 \Rightarrow -2 \leq x \leq 5$ bulunur.

f) a<b<0<c olmak üzere $|b-a|-|a+b|+|b-c|-|c-a|$ ifadesinin eşitini bulalım.

Çözüm:
b-a > 0 olduğundan $|b-a| = b-a$,
a+b < 0 olduğundan $|a+b| = -a-b$,
b-c < 0 olduğundan $|b-c| = c-b$,
c-a > 0 olduğundan $|c-a| = c-a$ dır. Bu değerleri verilen ifadede yerine koyalım;

$|b-a| - |a+b| + |b-c| - |c-a| = b-a + a+b + c-b - c + a$
$= a+b$ bulunur.

g) $|2x-7| > 11$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm:

$|2x-7| > 11 \Rightarrow 2x-7 < -11$ veya $2x-7 > 11$ olmalıdır.

$2x < -6$ veya $2x > 18 \Rightarrow x < -3$ veya $x > 9$ bulunur.

h) $|2x| - x \le 19$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm:

Problemi mutlak değerden kurtaralım. Bunun için mutlak değer içini 0 yapan x değerine (kökü) göre inceleme yapmak için problemi ikiye ayıralım:

i) $x < 0 \Rightarrow |2x| - x \le 19 \Rightarrow -2x - x \le 19 \Rightarrow -3x \le 19$

$\Rightarrow 3x \ge -19 \Rightarrow x \ge -19/3 \Rightarrow Ç_1 = [-19/3, 0)$

ii) $x \ge 0 \Rightarrow |2x| - x \le 19 \Rightarrow 2x - x \le 19 \Rightarrow x \le 19$

$\Rightarrow Ç_2 = [0, 19]$

O halde Ç çözüm kümesi; $Ç = Ç_1 \cup Ç_2 = [-19/3, 19]$ bulunur.

ı) $|3 - x| - |2x + 4| \le x - 12$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm:
Problemi mutlak değerden kurtaralım. Bunun için mutlak değerler içini 0 yapan x değerlerine (kökleri) göre inceleme yapmak için problemi üçe ayıralım:
$3 - x = 0 \Rightarrow x = 3$, $2x + 4 = 0 \Rightarrow x = -2$

i) $x < -2$ ise $3-x - (-2x - 4) \le x - 12 \Rightarrow x + 7 \le x - 12$
$\Rightarrow 7 \le -12$

Bu bir çelişki olduğundan bu durumda çözüm yok.

Yani $Ç_1 = \{ \}$
ii) $-2 \le x < 3$ ise $3-x - 2x - 4 \le x - 12 \Rightarrow 11 \le 4x$
$\Rightarrow x \ge 11/4$

O halde $Ç_2 = [11/4, 3)$

iii) $x \ge 3$ ise $x - 3 - 2x - 4 \le x - 12 \Rightarrow 2x \ge 5 \Rightarrow x \ge 5/2$

O halde $Ç_3 = [3, \infty)$
Buna göre Ç çözüm kümesi;

$Ç = Ç_1 \cup Ç_2 \cup Ç_3 = [11/4, \infty)$ olarak bulunur.

Sayı Doğrusunda İki Nokta Arasındaki Uzaklık:
Bir sayı doğrusunda A(a) ve B(b) noktaları verildiğinde A ve B noktaları arasındaki uzaklık, noktaların **koordinatları farkının mutlak değerine eşittir** ve bu

$|AB| = |b-a|$ biçiminde gösterilir.

Not: O(0) başlangıç noktası olmak üzere;
$|OA| = |a-0| = |a|$ dır.

Buradan bir sayının **mutlak değeri** demek bu sayıya karşılık gelen noktanın **başlangıç noktasına (orijine) olan uzaklığı** demek olduğunu söyleyebiliriz.

Örnek:
a) A(-11) ve B(13) olmak üzere $|AB|$ yi bulalım.

Çözüm:
$|AB| = |13-(-11)| = 24$ birimdir.

b) A(5-2x) olmak üzere A nın orijine olan uzaklığı 17 birim ise x değer(ler)inin kaç olduğunu bulalım.

Çözüm:
$|5-2x| = 17 \Rightarrow 5-2x = -17$ veya $5-2x = 17 \Rightarrow x = 11$ veya $x = -6$ bulunur.

c) A(-7) , B(3-2x) ve C(x+14) noktaları veriliyor.

$|AB| = 8|BC|$ olduğuna göre B ve C noktalarının koordinatlarını hesaplayalım.

Çözüm:
$|AB| = 8|BC| \Rightarrow |3-2x+7| = 8|x+14-3+2x|$
$\Rightarrow |10-2x| = 8.|3x+11|$
$\Rightarrow 10-2x = 24x + 88$ veya $10 - 2x = -24x - 88$
$\Rightarrow x = -3$ veya $x = -49/11$

Bu sonuca göre noktalar;
B(9), C(11) veya B'(131/11) , C'(105/11) bulunur.

Doğru Parçası:
Bir doğru üzerinde bulunan A ve B gibi iki nokta ve arada kalan tüm noktalar kümesine "**AB doğru parçası**" denir ve bu **[AB]** ile gösterilir.

Not 1: Burada A ve B noktalarına **uç noktalar**, diğer noktalara da **iç noktalar** denir.

Not 2: [AB] nın iç noktaları kümesi **]AB[** ya da **(AB)** ile ile gösterilir, bu kümeye **her iki uçtan açık doğru parçası** denir.

Not 3: [AB) kümesine soldan kapalı sağdan açık doğru parçası,

(AB] kümesine de soldan açık, sağdan kapalı doğru parçası denir.

Not 4: [AB], (AB), [AB) veya (AB] nın uzunluğu $|AB|$ yani uç noktalarının birbirine olan uzaklığıdır.

Not 5: Uzunlukları eşit olan doğru parçalarına "**eş doğru parçaları**" denir.

Bir Doğru Parçasının Orta Noktası:

AB doğru parçası üzerinde ve A ile B arasında $|AC| = |CB|$ olacak biçimde bir C noktasına **[AB] nın orta noktası** denir.

Teorem:
Uç noktaları A(a), B(b) noktasının ortası C(c) ise $c = \frac{a+b}{2}$ dir.

İspat:

[AB] nın ortası C olduğundan $|AC| = |CB|$ dir.
$|c-a| = |b-c| \Rightarrow c\text{-}a = b\text{-}c \Rightarrow 2c = a+b \Rightarrow c = \frac{a+b}{2}$
bulunur.

Örnek:
A(-13), B(m-3) ve C(2m+n-1) noktaları veriliyor.

a) [AC] nin ortası B olduğuna göre (m,n) ikilisini bulalım.

b) [AB] nin ortası C ve m>7 olduğuna göre n nin en büyük tamsayı değeri kaçtır? Bu durumda B ve C noktalarını bulunuz.

Çözüm:
a) $m-3 = \frac{2m+n-1-13}{2} \Rightarrow 2m-6 = 2m + n - 14 \Rightarrow n = 8$
O halde n=8 olmak üzere m herhangi bir reel sayı olabilir.

b) [AB] nin ortası C olduğundan;
$2m+n-1 = \frac{m-3-13}{2} \Rightarrow 4m+2n-2 = m-16 \Rightarrow 3m+2n+14=0$
bulunur.

Ayrıca problemden m>7 verildi.
$3m>21 \Rightarrow 3m+2n+14>2n+14+21 \Rightarrow 0 > 2n+35$
$\Rightarrow n<-35/2$
O halde n nin en büyük tam sayı değeri n = -18 dir.

Bu değeri denklemde yerine koyarsak; m=22/3 ve buradan da B(13/3), C(-13/3) olarak bulunur.

Arada Olma:
Bir sayı doğrusunun farklı üç A, B,C noktası için; $|AB| + |BC| = |AC|$ ise **B noktası A ile C arasındadır** denir.

Işın:
Bir doğru üzerinde verilen O noktasının aynı tarafında bulunan tüm noktalar kümesine başlangıç noktası O olan bir **ışın** denir.

[OA veya OA ışını

Yarı Doğru:
Başlangıç noktası hariç bir ışın parçasına **yarı doğru** denir ve]OA veya (OA ile gösterilir

]OA veya (OA veya OA yarı doğrusu.

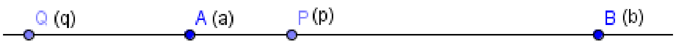
Bir Doğru Parçasını bir k oranında Bölen Noktalar:

[AB] verildiğinde;
$P \in [AB]$ ve $\frac{|PA|}{|PB|} = k$ olacak biçimde bulunan P noktasına **[AB] nı içten k oranında bölen nokta**;

$Q \notin [AB]$, $Q \in AB$ ve $\frac{|QA|}{|QB|} = k$ olacak biçimde bulunan Q noktasına da **[AB] nı dıştan k oranında bölen nokta** denir.

Örnek:
A(a) ve B(b) olarak verildiğinde k oranında içten ve dıştan bölen P ve Q noktalarının koordinatlarını bulalım.

Çözüm:



Önce içten k oranında bölen P noktasının p koordinatını bulalım;
$P \in [AB]$ ve $\frac{|PA|}{|PB|} = k \Rightarrow \frac{p-a}{b-p} = k \Rightarrow p - a = kb - kp$
$\Rightarrow p(1+k) = a + kb \Rightarrow p = \frac{a+kb}{1+k}$

Şimdi de dıştan k oranında bölen Q noktasının q koordinatını bulalım;
$Q \notin [AB]$, $Q \in AB$ ve $\frac{|QA|}{|QB|} = k \Rightarrow \frac{a-q}{b-q} = k$
$\Rightarrow a - q = kb - kq \Rightarrow q(1-k) = a - kb$
$\Rightarrow q = \frac{a-kb}{1-k}$ bulunur.

Not : P ve Q noktalarını formül kullanmadan orantı kullanarak ta bulabiliriz.

Örnek:
Koordinat ekseninde A(-3) ve B(12) noktaları veriliyor. [AB] nı k=2/3 oranında bölen noktaların koordinatlarını bulalım.

Çözüm:

1. Yol: (Formül kullanarak)

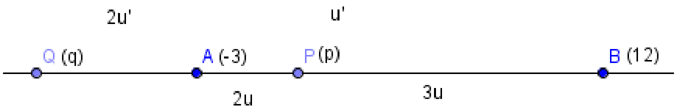
İçten 2/3 oranında bölen nokta P(p) olsun.

$p = \frac{-3 + 2/3 \cdot 12}{1 + 2/3} = \frac{15/3}{5/3} = 3$

Dıştan 2/3 oranında bölen nokta Q(q) olsun.

$$q = \frac{-3 - 2/3\,.12}{1 - 2/3} = \frac{-33/3}{1/3} = -33 \text{ bulunur.}$$

2. Yol: (Orantı kullanarak)



$|AB| = 15$ birim, $5u = 15 \Rightarrow u = 3 \Rightarrow p = -3 + 2.u = 3$

O halde P(3) tür.

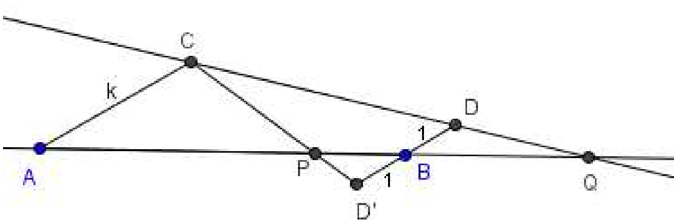
$|AB| = 15$ birim, $u' = 15 \Rightarrow q = -3 - 2.u' = -3 - 2.15 = -33$

O halde Q(-33) bulunur.

Örnek:
Verilen [AB] nı k oranında bölen noktaları çizimle bulalım.

Çözüm:

1. Yol:



a) [AB] nı çizelim,

b) A dan geçen herhangi bir doğru çizelim,

c) Çizilen doğru üzerinde k birim uzunluk alalım, bulduğumuz noktaya C diyelim (bunun için pergelimizi k kadar açıp A merkezli çemberle doğruyu kesiştirelim),

d) B den çizilen doğruya paralel doğru çizip üzerinde her iki tarafa doğru 1 er birim uzunluk alalım, bulduğumuz noktalara D ve D' diyelim,

e) CD doğrusu ile CD' doğrularını çizelim ve AB doğrusu ile kesiştirelim,

f) Kesişim noktalarından [AB] nın iç tarafında kalan nokta P, [AB] nın dış bölgesindeki nokta da Q olsun.

Böylece [AB] nı k oranında **içten bölen** P noktası ile **dıştan bölen** Q noktalarını bulmuş olduk.

2. Yol:

Geometrik çizimler yapmaya yarayan birçok bilgisayar programı vardır. Bunlardan birisi de **GeoGebra** programıdır.

GeoGebra programı açık kaynak kodlu bir program olmasından dolayı sürekli gelişmekte, dil seçeneği ile komutlarını herhangi bir dile ayarlanabilir (ister Türkçe, ister İngilizce, isterseniz Çince seçeneğini kullanabilirsiniz).

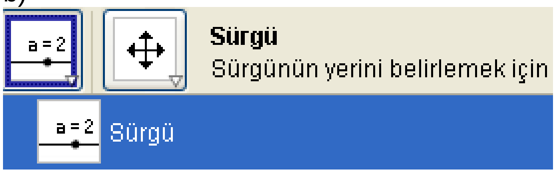
Ayrıca lisans gerektirmeyen ücretsiz dağıtımı yapılan bilimsel çalışmalara destek veren bir programdır.

Programı http://www.geogebra.org adresinden indirip hemen kullanabilirsiniz.

Şimdi problemimizi GeoGebra ile çözelim:

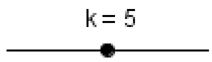
a) GeoGebra programını çalıştıralım.

b)



Problemde değişken kullanmamız gerektiğinden önce **sürgü** seçeneğini açalım. Sürgünün adına k diyelim, k değişkeninin sınırlarını [0, 10] ve artış miktarını 0.1 yapalım. (veya varsayılan değerlerde bırakabiliriz) .

Ekranda aşağıdaki gibi bir k sürgüsü belirir.

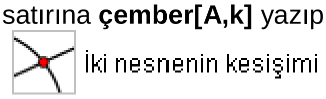


c) **Görünüm-Eksenler** i tıklayarak koordinat eksenlerini kaldıralım.

d) **İki noktadan geçen doğru parçası** seçeneği ile AB doğru parçasını çizelim.

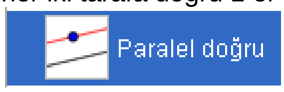
e) **İki noktadan geçen doğru** seçeneği ile A dan geçen herhangi bir doğru çizelim,

f) Çizilen doğru üzerinde k birim uzunluk alalım, bulduğumuz noktaya C diyelim (bunun için **Giriş:** komut satırına **çember[A,k]** yazıp (Enter) tuşuna basalım ve



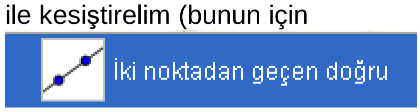
seçeneğini tıklayarak A merkezli çemberle doğruyu kesiştirelim ve adını C olarak değiştirelim),

g) B den çizilen doğruya paralel doğru çizip üzerinde her iki tarafa doğru 1 er birim uzunluk alalım (bunun için



seçeneğini tıklayarak paralel doğruyu çizer ve **çember[B,1]** komutunu kullanabiliriz) bulduğumuz noktalara D ve D' diyelim,

h) CD doğrusu ile CD' doğrularını çizelim ve AB doğrusu ile kesiştirelim (bunun için



seçeneğini tıklayarak doğruları çizer AB ile kesişim noktalarını iç bölgedeki noktaya P dış bölgedeki noktaya da Q diyelim)

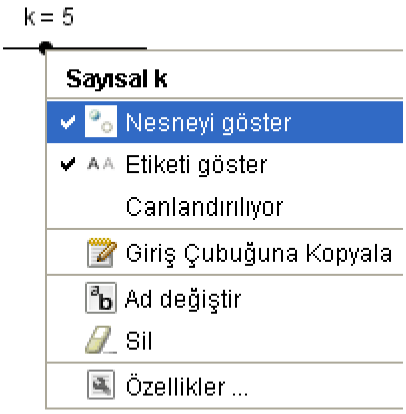
Böylece [AB] nı k oranında **içten bölen** P noktası ile **dıştan bölen** Q noktalarını bulmuş olduk.

Not 1: Yaptığımız çizim dosyasını adım-adım görebilmek için **Görünüm-İnşa adımları dolaşma çubuğunu** tıklayarak aktif hale getirebiliriz.

İster fare ile birer-birer adım inceleyebilir, istersek **Çalıştır** seçeneği ile otomatik inceleyebiliriz.

Not 2:
k sürgüsünü fare ile tutarak değerlerini değiştirdiğimizde her değere karşılık gelen çizimi otomatik olarak görebiliriz. İstersek sürgüyü fare ile işaretleyip yön tuşlarıyla değer değişikliği yapabiliriz.

Not 3:



k sürgüsünün üzerini sağ tuş ile tıkladığımızda gelen diyalog penceresinde **Canlandırılıyor** seçeneğini tıklayarak k değerleri otomatik değişerek animasyonlu (canlı) çizimleri de görebiliriz.

Not 4:
Yaptığımız çizimi ister GeoGebra dosyası (ggb uzantılı) olarak, istersek her ortamda etkileşimli olarak izlenebilir web sayfası formatında (html uzantılı) olarak kaydedebiliriz. Bunun için **Dosya-Çıkart** seçeneğinden faydalanırız.

Problemin çözüm dosyası [AB_dogru_parcasini_k_oraninda_bolen_noktalar.ggb] dir.

Sorular:

1. Aşağıdaki terimlerden hangileri tanımsız terimdir?

A) Açı	B) Üçgen	C) Çokgen
D) Nokta	E) Düzlem	F) Vektör
G) Çember	H) Elips	I) Parabol

2. Bir düzlemde alınan
a) 4 noktadan

b) n tane noktadan en az sayıda ve en çok sayıda kaç doğru geçer ?

c) Bir düzlemde alınan kaç tane nokta en çok 190 tane doğru belirtir?

d) 7 tane nokta en çok kaç tane üçgen belirtir?

e) Kaç tane noktanın en çok sayıda belirttiği doğru sayısı üçgen sayısına eşittir?

f) Bir A noktasında kesişen 5 doğru ile farklı bir B noktasında kesişen 6 doğru veriliyor. A ve B noktaları dahil bu 11 doğru en çok kaç nokta belirtir?

3. Bir düzlemde 7 çember, 5 kare ve birbirine paralel 4 doğru veriliyor.Bu geometrik şekiller en çok kaç noktada kesişir?

4. Bir d doğrusu veriliyor.
a) d nin üzerinde alınan A, B ve C gibi üç nokta doğruyu en az ve en çok sayıda kaç bölgeye ayırır?.

b) d nin üzerinde alınan A_1, A_2, …, A_n gibi n nokta en az ve en çok sayıda doğruyu kaç bölgeye ayırır?

5. Bir (E) düzlemi veriliyor.
a) Düzlemde bir d doğrusu,

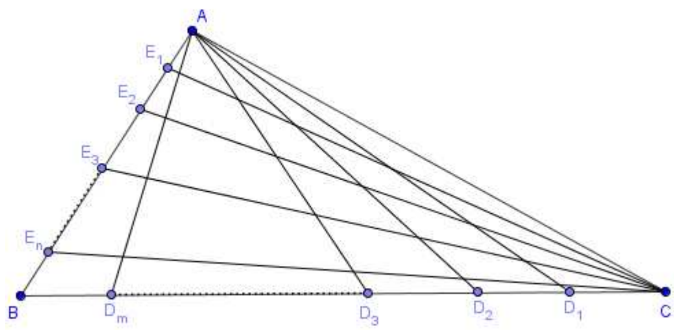
b) Düzlemde d_1, d_2 gibi farklı iki doğru,

c) Düzlemde d_1, d_2, d_3 gibi farklı üç doğru,

d) Düzlemde d_1, d_2, d_3,d_4 gibi farklı dört doğru çizerek düzlemi en az sayıda ve en çok sayıda kaç bölgeye ayırdığını sayınız. Doğru sayısı ile bölge sayıları arasında bir ilişkinin olup olmadığını tartışınız.

e) Düzlemde d_1, d_2,…, d_n gibi n tane doğrunun düzlemi en az ve çok kaç bölgeye ayırdığını tahmin edip tahmininizi ispatlayınız.

6.



Yukarıdaki şekilde ABC üçgen biçimindeki bir arazi parçası BC kenarı m tane nokta ile AB kenarı da n tane nokta ile işaretleniyor.
Acaba toplam kaç parsel (bölge) oluşmuştur?

7. Aşağıdaki önermelerin doğru olup olmadıklarını belirtiniz.

a) Bir noktadan sonsuz sayıda doğru geçer

b) Farklı iki noktadan sadece bir doğru geçer

c) İki doğru kesişmiyorsa paraleldir.

d) Bir doğruya dışındaki bir noktadan sadece bir paralel doğru çizebiliriz.
e) Üç nokta bir doğru belirtiyorsa bu noktalar doğrusaldır

f) Bir doğruya üzerindeki bir noktadan sadece bir dik doğru çizebiliriz.

g) $A \in d$ ve $B \in d \Rightarrow AB \equiv d$ dir.

h) $AB \equiv d$ ve $BC \equiv d \Rightarrow AC \equiv d$ dir.

ı) $d \cap k \equiv \{A, B\} \Rightarrow d \equiv k \equiv AB$

i) Bir düzlemde verilen d ve k doğruları için,
$d \cap k = \{\ \} \Leftrightarrow d // k$ dir.

8. $P, Q \in AB$ ve $P, Q \in CD$ ise P, Q, B, C noktaları arasında nasıl bir ilişki vardır?

9. Bir d doğrusu ve dışındaki A noktası için $A \in k$, $A \in l$ ve $k//d$, $l//d$ ise k ve l doğruları için ne söylenebilir?

10. M(-3), N(2x+9) ve $|MN| = 15$ olduğuna göre; x değerlerinin kümesini bulunuz.

11. A(2), B(x+1) ve C(3x-5) noktaları için; C noktası A ile C arasında olduğuna göre x in alabileceği değer aralığını bulunuz.

12. Aşağıdaki açık önermelerin doğruluk kümelerini sayı ekseninde gösteriniz.

a) $2x - 3 < x$ b) $3-x \leq 2x+1 < 3x - 2$

c) $|3x-5| \leq 11$ d) $|11-2x| \geq 7$

e) $||x| - 3x| \geq 11 - x$ f) $|x^2 - 7| \leq 6$

13. A(1) ve B(4) noktaları için $|AC|=3$ birim ve $|BD|=5$ birim olacak biçimde kaç tane [CD] elde edilir?
Her bir durumda $|CD|$ uzunluklarını bulunuz.

14. Bir ABCD paralelkenarının köşelerinin koordinatları A(3), B(-5), C(9) ve D(x) veriliyor. A ile C bir sayı doğrusu üzerinde B ile D de başka bir sayı doğrusu üzerindedir. Buna göre x kaçtır?

15. Düzlemde bir d doğrusu üzerinde 5 nokta ve ayrıca 8 tane herhangi durumda noktalar veriliyor.
Toplam 13 noktayı kullanarak;

a) Kaç tane doğru belirtebiliriz

b) Kaç tane üçgen belirtebiliriz

16. Aşağıda koordinatları verilen A ve B noktaları bir doğru parçasının uç noktaları C de orta noktası olduğuna göre x değerlerini bulunuz.

a) A(-13), B(7), C(x) b) A(2x-1), B(x+4), C(-6)

c) A(3), B(1-x), C(x-1) d) A($\frac{x}{\sqrt{3}-1}$), B($\frac{\sqrt{3}x}{2}$), C($\frac{x+4}{4}$)

17. Bir sayı doğrusunda A(-3), B(6) veriliyor.AB üzerinde P noktası bulunuz ki; aşağıda verilenleri sağlasın.
a) $3|AP| = |AB|$ b) $3|AP| = 2|PB|$

18. A(-1), B(23) noktaları veriliyor.
[AB] nı içten ve dıştan 5/7 oranında bölen noktaları bulunuz.

19. Bir koordinat ekseninde A(2) ve B(5) noktaları veriliyor. Buna göre aşağıdaki noktaların yerini çizimle bulunuz.

a) C(-3) B) D(17/5) C) E($\sqrt{40} - 3$)

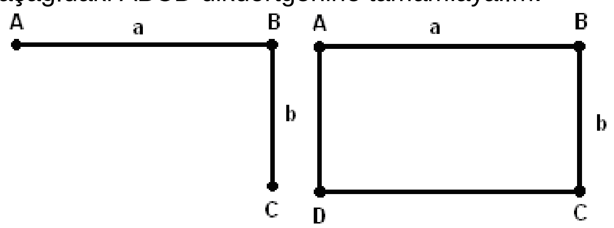
20. Bir koordinat ekseninde O(0) ve A(1) noktaları veriliyor. Buna göre aşağıdaki noktaların yerini çizimle bulunuz.

a) $7 - \sqrt{108}$ b) $\sqrt{12 - \sqrt{18}}$

21.


Yukarıdaki AC doğru parçasını B noktası ile AB ve BC doğru parçalarına bölelim. B noktasını öyle seçelim ki; $\frac{|AC|}{|AB|} = \frac{|AB|}{|BC|}$ = k olsun. İşte buradaki k oranına **altın oran** denir.

Bu oran hesaplandığında $k = \frac{a}{b} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ bulunur.

AC doğru parçasını B noktasından 90° kıvırarak aşağıdaki ABCD dikdörtgenine tamamlayalım.


Uzun kenarının kısa kenarına oranı **altın oran** olan bir dikdörtgene de **altın dikdörtgen** denir.

a) Kısa kenar uzunluğu verilen bir altın dikdörtgen çiziniz.

b) Altın dikdörtgenden, bir kenar uzunluğu kısa kenar uzunluğunda olan bir kare ayırdığımızda, geri kalan dikdörtgenin de altın dikdörtgen olduğunu ispatlayınız.

İzmir Fen Lisesi Matematik Zümresi – Eylül 2011

Bu dosyayı İzmir Fen Lisesinin
http://www.ifl.k12.tr/projedosyalar/dosyalar.htm
adresinden indirebilirsiniz