

Düzlemde Dönüşümler:

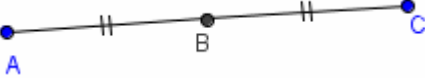
Bir Noktanın Dönüşümü:

Düzlemde bir noktanın her hangi bir noktaya taşınmasına (eşleştirilmesine) **noktanın dönüşümü** denir.

Bu dönüşümler *noktaya göre simetri*, *doğruya göre simetri (yansıma)*, *dönme*, *öteleme* ve *ötelemeli yansımadır*.

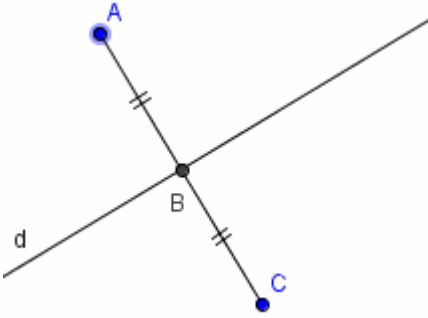
Noktaya Göre Simetri:

Bir $[AC]$ doğru parçasının orta noktası B ise; "**A noktasının B noktasına göre simetriği C, B ye de simetri merkezidir.**" denir.



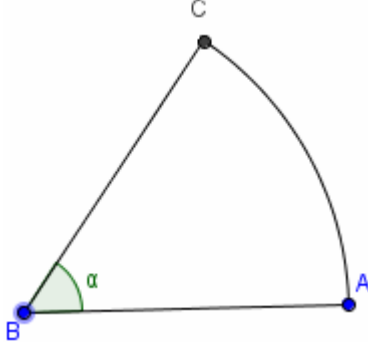
Doğruya Göre Simetri (Yansıma):

Bir A noktasının bir d doğrusuna dik doğru çizilerek bulunan nokta B ise A'nın B'ye göre simetriği olan C noktasına; "**A'nın d doğrusuna göre simetriği (yansıması) d doğrusuna simetri eksenidir.**" denir.



Dönme:

Düzlemde B merkezli, $|BA|$ yarıçaplı α derecelik çizilen çember yayının C uç noktasına, "**A'nın B noktası etrafında (saatin ters yönünde) α ° lik dönmesi ile bulunan nokta C dir**" denir.

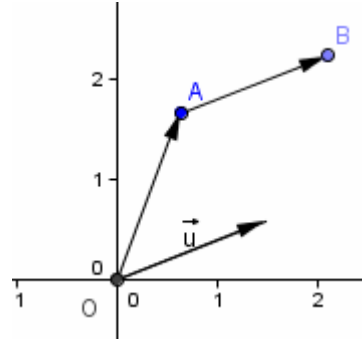


Öteleme:

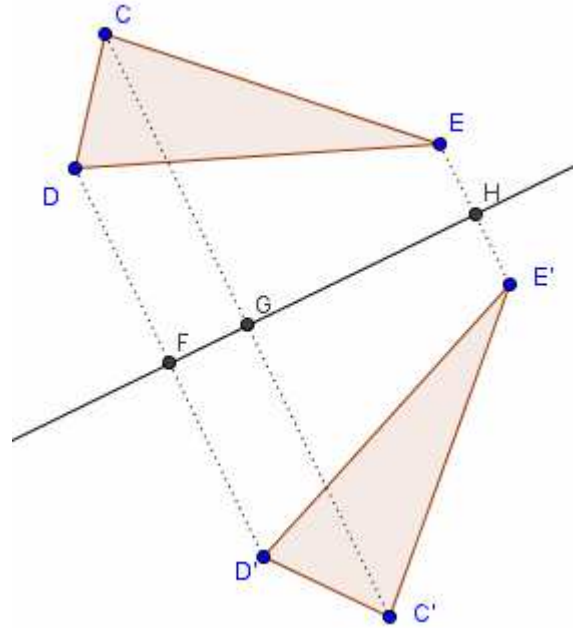
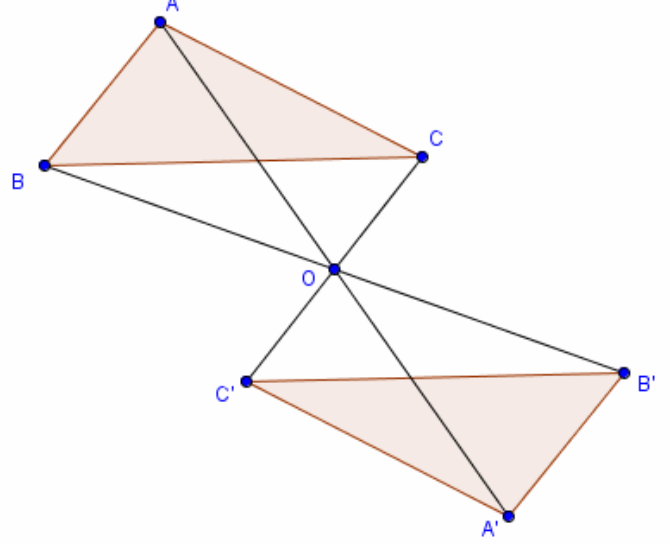
A düzlemin bir noktası ve u bir vektör olmak üzere;

$\vec{OB} = \vec{OA} + u$ olacak biçimde bulunan B noktası için

"A noktasının u kadar ötelenmiş B dir" denir.



Örnek: Bir ABC üçgeninin verilen O noktasına göre simetriği olan A'B'C' üçgenini çizelim.



Düzlemde Kaplamalar:

Bir düzlemsel bölgenin, bir figur kullanılarak boşluk kalmayacak ve figürler çakışmayacak şekilde donuşümler (yansıma, dönme, öteleme ve ötelemeli yansıma) yardımıyla ortulmesine **düzgün kaplama** denildiği vurgulanır.

[!] Bir düzlemsel bölgenin, birden fazla figur kullanılarak boşluk

kalmayacak ve figürler cakımsayacak şekilde donusumler (yansıma, donme, oteleme ve otelemeli yansıma) yardımıyla ortulmesine **yarı duzgun kaplama denildiği** vurgulanır.

[!] Duzgun cokgensel bolgelerden biri veya birkacı kullanılarak kaplamalar olusturulur. Bu kaplamalarda bir kose etrafında olusan acıların olculeri toplamının 360° olduğu kesfettirilir.

[!] Yansıma, donme, oteleme, otelemeli yansıma ve bunların kombinasyonları ile kaplamalar yapılır.

71. Bir düzlemi “eşkenar üçgenlerle” kaplayan bir GeoGebra dosyası yapınız.

Problemin çözüm dosyası [duzlemi eskenar ucgenlerle kaplama.ggb](#) dir.

72. Bir düzlemi “karelerle” kaplayan bir GeoGebra dosyası yapınız.

Problemin çözüm dosyası [duzlemi karelerle kaplama.ggb](#) dir.

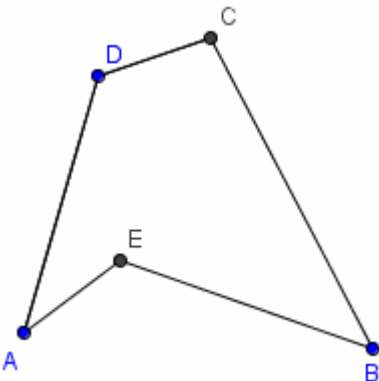
73. Bir düzlemi “düzgün altıgenlerle” kaplayan bir GeoGebra dosyası yapınız.

Problemin çözüm dosyası [duzlemi duzgun alti genlerle kaplama.ggb](#) dir

74.

75.

76.



Yukarıdaki şekilde $|AB| = |BC| = |AC|$, $|CD| = |AE|$ ve $|AD| = |BE|$ dir. Buna göre bir düzlemin şekildeki AEBCD çokgeniyle kaplanabileceğini GeoGebra programıyla gösteriniz.

Problemin çözüm dosyası [eskenar ucgenden cokgen.ggb](#) dir.

Escher Figürleri:

Aşağıda Escher'in eserlerinden biri olan “Uçan Balık (Fly fish)” örnek olarak verilmiştir. Burada eşkenar üçgenin eş iki kenarı üzerine çizilen eğriyle dönme uygulanarak kaplama yapılmıştır.

Aşağıdaki adımlar izlenerek kaplama oluşturulur:

- F köşesini I köşesine birleştiren aşağıdaki gibi bir eğri çizilir.
- F ve I köşelerini bağlayan eğri I köşesinden 60° saat yönünde döndürülerek IH kenarı boyunca yerleştirilir.
- FH kenarının orta noktası S olarak işaretlenir. S noktasını H noktasına birleştiren eğri aşağıdaki gibi çizilir.
- Bu eğri S noktasından 180° döndürülerek (noktaya göre simetri) F köşesiyle birleştirilir.



- Şekil I etrafında saat yönünde 60° lik açılarda 6 kez döndürülerek düzgün üçgen üzerinde 6 şekil elde edilir.
- Her bir şeklin düzgün üçgenin kenarlarına ait yükseklikleri doğrultusunda yükseklik uzunluğunu iki katı kadar ötelenmesi ile aşağıdaki şekil elde edilir.



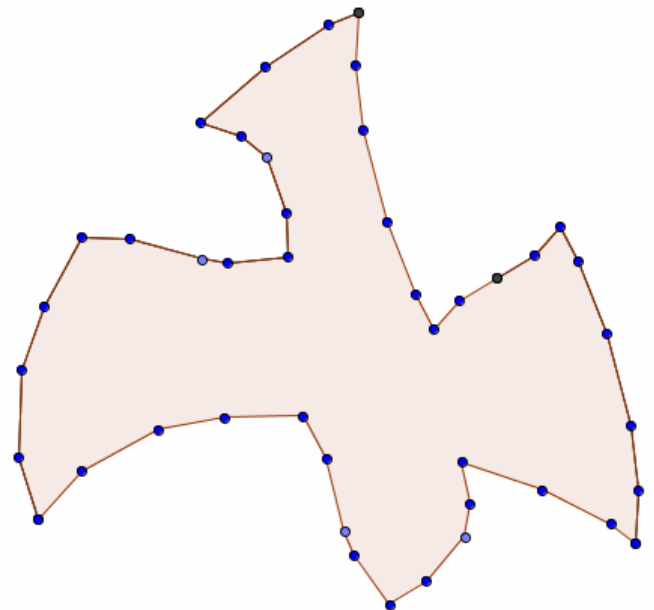
Seçilen kare, dikdörtgen, paralelkenar, düzgün üçgen, eşkenar üçgen veya üçgen kenarları üzerinde oluşturulan eğrilerle dönme kullanılarak özgün motifler (insan, hayvan, bitki vb.) oluşturup kaplamalar yapılabilir.

Eşkenar Üçgenden Elde Edilen Escher Figürleri

- 1) Bir ABC eşkenar üçgen alınır
- 2) Bir kenar boyunca (örneğin AB) bir şekil çizilir.
- 3) Çizilen geometrik şekil B noktası etrafında 60° döndürülür.
- 4) C noktasından itibaren AB kenarının ortasına kadar bir şekil çizilir.
- 5) So çizilen şekil AC kenarının orta noktasına göre simetriği alınır.
- 6) Oluşan şekil B noktası etrafında 60° nin katları olarak döndürülerek bir kaplama örneği elde edilir.
- 7) Örneğe ait düzgün altıgenin yüksekliklerinin iki katı kadar yapılan ötelemelerle düzlem kaplanır.

Örnek:

Aşağıdaki örneğe benzer bir Escher figürüyle düzlemi kaplamaya yarayan Geogebra dosyası oluşturalım.



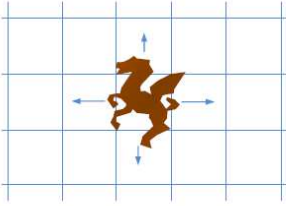
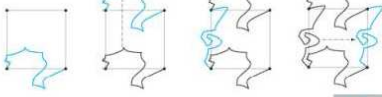
Problemin çözüm dosyası
[kaplama-escher1.ggb](#) dir.

Kareden Elde Edilen Escher Figürleri:

Bir karenin kenarları üzerine çizilen eğriler karşı kenara ötelenerek motif oluşturulmuştur. Daha sonra bu motif yatay ve dikey doğrultuda ötelenerek kaplama yapılır.

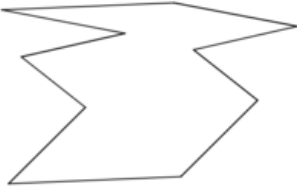
Aşağıda Escher'in eserlerinden bir örnek verilmiştir:

- Bir karenin kenarları üzerine çizilen eğriler karşı kenara ötelenerek motif oluşturulmuştur. Daha sonra bu motif yatay ve dikey doğrultuda ötelenerek kaplama yapılmıştır.



Seçilen kare, dikdörtgen, paralelkenar veya eşkenar üçgenin kenarları üzerinde oluşturulan eğrilerde dönme kullanılarak özgün motifler (insan, hayvan, bitki vb.) oluşturup kaplamalar yapılabilir.

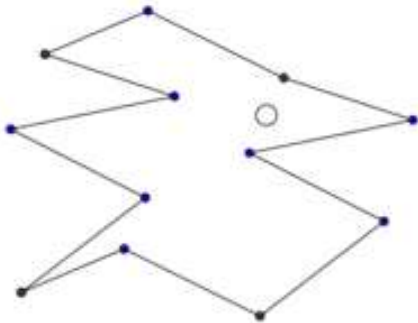
Örnek:



Bir düzlem yukarıdaki şekile benzeyen geometrik nesnelere kaplanabilir mi?

Problemin çözüm dosyası
[duzlemi kareden elde edilen cokgenlerle kaplama.ggb](#) dir.

Örnek:



Bir düzlem yukarıdaki şekile benzeyen geometrik nesnelere kaplanabilir mi?

Problemin çözüm dosyası
[duzlemi kareden elde edilen cokgenlerle kaplama 1.ggb](#) dir.

Örnek:

Bir düzgün altıgen, iki eşkenar üçgen ve iki kareden oluşan figür ile düzlem "yarı düzgün olarak" kaplanabilir mi? Cevabınız evet ise bu figürü elde edip düzlemi kaplayan bir GeoGebra programı yapınız.

Problemin çözüm dosyası
[duzlemde yari duzgun kaplama1.ggb](#)

Örnek:

Aşağıda kare ve eşkenar üçgenden oluşan bir motif görülmektedir. Bu motifle düzlemin yarı düzgün kaplanabilmesi için ilgili şekle hangi tür dönüşümler gerekir?

Problemin çözüm dosyası
[duzlemde yari duzgun kaplama2.ggb](#)

